Exercice .1 **Maths-inter.ma** 1. التمرين

1) نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$

a) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f وحدد نهايات f على محدات D_f .

b) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .

c) ادرس تغيرات الدالة f .

d) انشىء (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

2) لتكن A مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين: $x=0$ و $x=1$. بين أن : $\frac{1}{2}(e-1)\leq A\leq e-1$

3) نعتبر الدالة F المعرفة على IR^+ ، كما يلي: $F(x)=\int_x^{x+1} f(t).dt$

a) بين أن الدالة F دالة تزايدية قطعا على I . وأن :

$$\lim_{x\to+\infty} F(x)=+\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{F(x)}{x}=+\infty$$

b) اعط تأويلا هندسيا للعدد $F(0)$ ، وتحقق أن : $\frac{1}{2}<F(0)\leq e$

4) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا . نضع:

$$I(n)=\int_0^1 (-t)^n e^t.dt$$

a) بين أن : $I_{n+1}=(-1)^{n+1}.e+(n+1)I_n$

b) نضع: $S_n=I_0+I_1+\ldots+I_{n-1}+I_n$

بين أن : $S_n=\int_0^1\left(\frac{1-(-t)^{n+1}}{1+t}\right)e^t.dt$

استنتج أن : $F(0)=S_n+\int_0^1(-t)^{n+1}.f(t).dt$

c) نضع: $R_n=\int_0^1(-t)^{n+1}.f(t).dt$

بين أن $|R_n|\leq\frac{e}{n+2}$ واستنتج أن $\lim_{x\to+\infty} S_n=F(0)$

Bonne Chance