Exercice .1 Maths-inter.ma 1. التمرين

Partie : I

On considère la fonction **f** définie par :

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{2-\mathrm{Ln}^2x}}$$

1) Etudier les variations de la fonction f .
2) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse e .
3) Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
4) Résoudre dans IR , l'inéquation $f(x)<x$

Partie : II

On considère la suite (U_n) définie par son premier terme U_0 et la relation de récurrence:

$$(\forall n\in \mathbb{N})\ ;\quad U_{n+1}=f(U_n)$$

1) Montrer que la suite (U_n) est constante pour deux valeurs de U_0 qu'on déterminera.
2) On suppose $U_0\in\left]\frac{1}{e},e\right[$.
   a) Montrer que $(\forall n\in \mathbb{N})\ ;\ \frac{1}{e}<U_n<e$
   b) Montrer que $(\forall n\in \mathbb{N})\ ;\ U_{n+1}<U_n$
   c) Montrer que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

Partie : III

On considère la fonction F définie sur l'intervalle $\left]e^{-\sqrt{2}},e^{\sqrt{2}}\right[$ par :

$$F(x)=\int_1^x\frac{f(t)}{t^2}dt$$

1) Prouver l'existence de F**.**
2) Etudier les variations de F**.**
3) Calculer F(x) (On pourra poser u = Lnt)
4) Montrer qu'on peut prolonger la fonction F par continuité aux points d'abscisses $x_0=e^{-\sqrt{2}}$ et $x_1=e^{\sqrt{2}}$ soit H ce prolongement.
1) Montrer que H est une bijection de $\left[e^{-\sqrt{2}},e^{\sqrt{2}}\right]$ vers un intevalle J , qu'on déterminera et calculer $H^{-1}(x)$ (on prendra $e^{\sqrt{2}}=4$)

Bonne Chance