Exercice **1.** Maths-inter.ma **1.** التمرين

Partie : A

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a,b]$ (a<b). **u** et **v** deux fonctions dérivables sur un intervalle **I** tel que $u(I)\subset[a,b]$ et $v(I)\subset[a,b]$.
On considère la fonction **G** définie sur l' un intervalle **I** par :

$$G(x)=\int_{U(x)}^{V(x)} f(t)dt$$

On pose pour tout $x\in[a,b]$: $F(x)=\int_a^x f(t)dt$ (Primitive de f qui s'annule en a)

1) Ecrire **G** en fonction de **u** , **v** et **F** seulement.
2) Montrer que **G** est dérivable sur I.
3) Donner l'expression de $G'(x)$, pour tout x de **I**.
4) **Application :**

Calculer la fonction dérivée de la fonction G définie sur IR par :

$$G(x)=\int_x^{x^2} e^{-t^2}dt$$

Partie : B

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\int_x^{2x}\frac{dt}{Lnt}$

1) Déterminer D_f .
2) Montrer que : $(\forall x\in Df)$; $\frac{x}{Ln(2x)}\le f(x)\le\frac{x}{Lnx}$
3) En déduire $\lim_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
4) On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$g(t)=2-2t+Lnt$$

   a) Etudier les variations de g.
   b) En déduire qu'il existe un réel α unique tel que $0\prec\alpha\prec\frac{1}{2}$ et $g(\alpha)=0$.
   c) Montrer que pour tout t de l'intervalle $[\alpha,1]$: $Ln(t)\ge 2t-2$.
   d) En déduire que : $(\forall x\in[\alpha,\frac{1}{2}]$; $f(x)\le\frac{1}{2}\int_x^{2x}\frac{dt}{1-t}$
   e) Calculer $\lim_{x\to(\frac{1}{2})^-} f(x)$ et $\lim_{x\to1^+} f(x)$

Bonne Chance

E-mail : ammari1042@gmail.com Tel : 0649113323