

مقارنة عددين حقيقيين : Comparaison de deux nombres réels

<p style="text-align: center;"><u>تذكير :</u></p> <p>مقارنة كسرين بسطيهما ومقاميهما موجبين:</p> <p>✓ إذا كان لكسرين نفس المقام، فإن أكبرهما هو الذي له أكبر بسط :</p> $\frac{2}{17} \leq \frac{13}{17}$ <p>✓ إذا كان لكسرين نفس البسط، فإن أكبرهما هو الذي له أصغر مقام :</p> $\frac{17}{13} \leq \frac{17}{2}$	<p style="text-align: center;"><u>بصفة عامة :</u></p> <p style="text-align: center;">$(b \geq a) \Leftrightarrow (b - a \geq 0) \Leftrightarrow (a \leq b)$</p> <p><u>مثال :</u> a و b عدنان غير منعدمان مختلفي الإشارة لنقارن $(a+b)^2$ و $a^2 + b^2$</p> <p>لدينا $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$</p> <p>وبالتالي $(a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab < 0$</p> <p>نستنتج أن $(a+b)^2 < (a^2 + b^2)$</p>
<p><u>مقارنة الكسور مع العدد 1:</u></p> <p>نذكر بالقواعد التالية: إذا كان البسط يساوي المقام فإن الكسر يساوي 1 ، وإذا كان البسط أكبر من المقام فإن الكسر أكبر من 1 ، إذا كان البسط أصغر من المقام فإن الكسر أصغر من 1 .</p>	

الترتيب والعمليات : Ordre et Opérations

Operation	شروط الاستعمال Conditions	propriétés خاصيات	العملية
Somme	تطبيق بالنسبة للأعداد الموجبة فقط	$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a + c \leq b + d$	الجمع
Produit	تطبيق بالنسبة للأعداد الموجبة فقط	$\begin{cases} 0 \leq a \leq b \\ 0 \leq c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times d$	الضرب
Produit par un seul réel	$c \geq 0$ $c \leq 0$	$a \leq b \Rightarrow a \times c \leq b \times d$ $a \leq b \Rightarrow a \times c \geq b \times d$	الضرب في عدد واحد
Opposé	لجميع الأعداد	$a \leq b \Rightarrow -a \geq -b$	المقابل
Inverse des positifs	للأعداد الموجبة	$0 < a \leq b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$	مقلوب الأعداد الموجبة
Puissances	للأعداد الموجبة	$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq a^n \leq b^n$	القوى
Carré	للأعداد الموجبة	$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq a^2 \leq b^2$	المربع
Racines Carrées	للأعداد الموجبة	$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$	الجدور المربعة

التأطير : Encadrement

<p>هب القيمة المقربة بتفريط a est la valeur approchée a par défaut</p>	<p>$a \leq x \leq b$</p> <p>العدد الحقيقي x مؤطر بالعددين a و b Le nombre réel x est encadré par les nombres a et b</p>	<p>هب القيمة المقربة بإفراط b b est la valeur approchée par excès</p>
<p><u>ملاحظات:</u></p> <p>a و b ويعبر عن المسافة بين العددين a - b هو $a \leq x \leq b$ سعة التأطير</p> <p>$a \cdot 10^n \leq x \leq (a + 1) \cdot 10^n$ التأطير العشري يكون على شكل:</p> <p>a est la valeur approchée par défaut à 10^n هب القيمة المقربة بتفريط إلى</p> <p>b est la valeur approchée par excès à 10^n هب القيمة المقربة بإفراط إلى</p>		

Bonne Chance

مختلف طرق المقارنة بين عددين

Différentes méthodes de Comparaison de deux nombres réels

قواعد عامة : Règles générales

قاعدة 2 :

$$(a \leq b \text{ et } b \leq c) \Rightarrow (a \leq c)$$

مثال 1: لنقارن العددين $-\sqrt{3}-2$ و $\frac{52}{19}+\sqrt{5}$ برهان: لدينا

$$-\sqrt{3}-2 < 0 \text{ و } 0 < \frac{52}{19}+\sqrt{5} :$$

$$-\sqrt{3}-2 < 0 < \frac{52}{19}+\sqrt{5} \text{ : ومنه فإن}$$

مثال 2: لنقارن العددين $\frac{3265}{5269}$ و $\frac{256}{215}$

برهان: لدينا : $1 < \frac{256}{215}$ و $\frac{3265}{5269} < 1$

$$\frac{3265}{5269} < \frac{256}{215} \text{ : ومنه فإن}$$

قاعدة 1 :

$$(b \geq a) \Leftrightarrow (b - a \geq 0) \Leftrightarrow (a \leq b)$$

مثال 1: لنقارن العددين : $2\sqrt{5}-19$ و $3\sqrt{5}-18$

برهان: لدينا :

$$(2\sqrt{5}-19) - (3\sqrt{5}-18) = 2\sqrt{5}-19-3\sqrt{5}+18 \\ = -1-\sqrt{5} < 0$$

و منه فإن : $(2\sqrt{5}-19) < (3\sqrt{5}-18)$

مثال 2: لنقارن العددين a و b بحيث : $a = b - 2\sqrt{3}$

برهان: لدينا : $a - b = -2\sqrt{3} < 0$

و منه فإن : $(2\sqrt{5}-19) < (3\sqrt{5}-18)$

قواعد عامة : Règles générales

مقارنة الكسور : Comparaison des fractions

$$(0 < a \leq b) \Rightarrow \left(0 < \frac{a}{b} < 1\right) \text{ قاعدة 3:}$$

$$(0 < b \leq a) \Rightarrow \left(1 < \frac{a}{b}\right)$$

مثال: لنقارن كل من العددين : $\frac{256}{215}$ و $\frac{3265}{5269}$ مع 1

برهان: لدينا : $215 < 256$ وبالتالي : $1 < \frac{256}{215}$

ولدينا : $2265 < 5269$ وبالتالي : $\frac{3265}{5269} < 1$

قاعدة 1: مقارنة كسرين لهما نفس المقام أو نفس البسط :

$$\begin{cases} 0 < a \leq b \\ 0 < c \end{cases} \Rightarrow \left(0 < \frac{a}{c} < \frac{b}{c}\right)$$

$$\begin{cases} 0 < a \leq b \\ 0 < c \end{cases} \Rightarrow \left(0 < \frac{c}{b} < \frac{c}{a}\right)$$

قاعدة 2: لمقارنة كسرين نوجد مقاميها ونطبق قاعدة ملائمة من قواعد المقارنة .

مقارنة الجذور : Comparaison des Racines

قاعدة 1: في الحالات البسيطة غالبا ما نلتجئ إلى مقارنة

المربعات وفق إحدى القاعدتين:

$$(0 \leq x \leq y) \Leftrightarrow (0 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{y})$$

أو

$$(0 \leq x^2 \leq y^2) \Leftrightarrow (0 \leq x \leq y)$$

مثال: لمقارنة الأعداد 9 ; $7\sqrt{2}$; $5\sqrt{3}$ نحسب

المربعات :

لدينا $98 < 81 < 75$ ، نستنتج بالتالي أن :

$$5\sqrt{3} \leq 9 \leq 7\sqrt{2}$$

مقارنة الأعداد \sqrt{x} , x , x^2 , x^3 Comparaison des nombres

في الحالة $x > 0$

$$(0 < x \leq 1) \Rightarrow (x^3 < x^2 < x < \sqrt{x})$$

$$(1 \leq x) \Rightarrow (\sqrt{x} < x < x^2 < x^3)$$

Bonne Chance

الترتيب والعمليات **Ordre et opérations**

Propriétés de base	الخاصيات الأساسية
$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a + c \leq b + d$	$\begin{cases} 0 \leq a \leq b \\ 0 \leq c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times d$
$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq 0 \end{cases} \Rightarrow a \times c \geq b \times c$	$\begin{cases} a \leq b \\ c \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times c$
$a \leq b \Rightarrow -a \geq -b$	$a \leq b \Rightarrow 2a \leq 2b$
$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq a^n \leq b^n$	$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$
$0 < a \leq b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$	$0 < a \leq b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$

الترتيب والعمليات

Propriétés de base	الخاصيات الأساسية
$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a + c \leq b + d$	$\begin{cases} 0 \leq a \leq b \\ 0 \leq c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times d$
$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq 0 \end{cases} \Rightarrow a \times c \geq b \times c$	$\begin{cases} a \leq b \\ c \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times c$
$a \leq b \Rightarrow -a \geq -b$	$a \leq b \Rightarrow 2a \leq 2b$
$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq a^n \leq b^n$	$0 \leq a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$
$0 < a \leq b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$	$0 < a \leq b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$

Bonne Chance