## Exercice .1



1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ On considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2}(1-i)$ et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Ecrire a sous forme trigonométrique .

b) Soit B l'image du point A par la rotation R et b l'affixe de B. montrer que :

$$b = 2\left(\cos(\pi/12) + i\sin(\pi/12)\right)$$

3) a) On considère le point C d'affixe $c = 1 + i$.

Montrer que : $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$.

b) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image de B par la translation t.

Montrer que : $OD = |b + c|$

c) En déduire que $OD \times BC = 2\sqrt{3}$.

## Exercice .2



L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(2,1,2)$ et de rayon 3 et (P) le plan passant par le point $A(-1,0,3)$ et dont un vecteur normal est $\vec{u}(4,0,-3)$.

1) Montrer que l'équation cartésienne de la sphère (S) est : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$

2) Vérifier que $4x - 3z + 13 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P).

3) a) Vérifier que $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ , est une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ passant par le point $\Omega$ et orthogonale à (P).

b) Déterminer les coordonnées du point H intersection de la droite $(\Delta)$ et le plan (P).

c) Calculer $d(\Omega,(P))$

d) montrer que (P) est tangent à la sphère (S) en un point à déterminer .

## Exercice .3



Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher :<u>trois boules rouges</u> portant chacune le nombre 1 et <u>trois boules rouges</u> portant chacune le nombre 2 et <u>six boules vertes</u> portant chacune le nombre 2 .

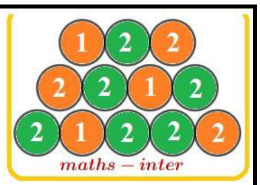
On considère l'expérience suivante :
on tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

Soient les événements.

A : « les deux boules tirées portent le même nombre »

B : « les deux boules tirées sont de même couleur»

C : « les deux boules tirées portent des deux nombres dont la somme est 3 »




1) Montrer que : $p(A) = \frac{13}{22}$ , $p(B) = \frac{6}{11}$ et calculer $p(C)$.

2) a) Montrer que $p(A \cap B) = \frac{3}{11}$

b) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

3) Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité pour que les deux boules tirées portent le même nombre.

## Exercice .4



1) Montrer que $H : x \mapsto xe^x$ est une primitive de $h : x \mapsto (x+1)e^x$ sur $\mathbb{R}$.

2) Calculer : $I = \int_0^1 (x+1)e^x dx$

3) En utilisant une intégration par parties , calculer $\int_0^1 (x^2 + 2x - 1)e^x dx$

Exercice .5 Site : maths-inter.ma -Bac 2018 – Ss2 .5

## Partie I :

On considère la fonction $g$ définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x^3-1-2\ln^2 x+2\ln x$

1) Calculer $g(1)$ 0,25 pts
2) En partant du tableau de variations de la fonction $g$ ci-contre , Déterminer le signe de $g(x)$ sur $]0,1]$ et sur $[1,+\infty[$. 0,5 pts

| $x$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ ↗ | $-\infty$ |

## Partie II :

On considère la fonction $f$ définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2x^2}+\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$

$(C_f)$ est la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité 1 cm).

1) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. 0,5 pts

   b) Montrer que la droite $(D): y=x-\frac{1}{2}$ est une asymptote à $(C_f)$ au voisinage de $+\infty$. 0,5 pts

   c) Déterminer la position relative de la droite $(D)$ et la courbe $(C_f)$. 0,25 pts

2) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ et interpréter le résultat géométriquement. 0,75 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$. pour tout $x$ de $]0,+\infty[$. 1 pts

   b) Etudier les variations de $f$ sur $]0,+\infty[$. 0,5 pts

   c) Dresser son tableau de variations sur $]0,+\infty[$. 0,25 pts

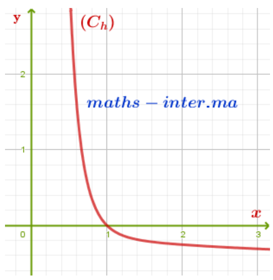
4) Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite $(D)$ et la courbe $(C_f)$. 1 pts

## Partie III :

On considère la fonction $h$ définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x)=f(x)-x$ 0,25 pts

1) a) Vérifier que $h(0)=1$

   b) sur la figure ci-contre $(C_h)$ est la coure de la fonction $h$.




Déterminer le signe de $h(x)$ sur $]0,1]$ et sur $[1,+\infty[$. 0,5 pts

En déduire que pour tout $x$ de $[1,+\infty[$, $f(x)\le x$

2) On considère la suite $(u_n)$ définie par : $u_0=e$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

   a) Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$ ; $1\le u_n\le e$.

   b) Montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.

   c) En déduire que la suite $(u_n)$ est convergente et calculer sa limite.

Bonne Chance