Exercice .1

Soient les complexes a et b tels que :
$a=\sqrt{3}+i$ et $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$.

1) a) vérifier que $b=(1+i)a$.

b) en déduire que : $|b|=2\sqrt{2}$ et $\arg b\equiv\frac{5\pi}{2}[2\pi]$

c) Déduire de ce qui précède que :

$$\cos\frac{5\pi}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

2) Le plan est muni à un repère orthonormé.

Soient les points A et B d'affixes respectives a et b, et le point C d'affixe $c=-1+i\sqrt{3}$.

a) Vérifier que $c=ia$, en déduire que $OA=OC$ et que $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

b) Montrer que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

c) En déduire la nature du quadrilatère $OABC$

Exercice .2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit (P) le plan passant par le point $A(0,1,1)$ et dont un vecteur normal est $\vec{u}(1,0,-1)$ et soit (S) la sphère de centre $\Omega(0,1,-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

1) a) montrer que $x-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (P).

b) Montrer que le plan (P) est tangent à (S) au point $B(-1,1,0)$.

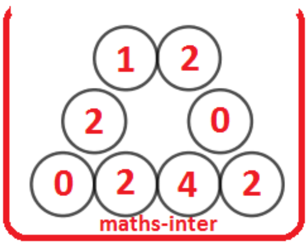
2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale à (P).

b) montrer que (Δ) est tangent à la sphère (S) au point $C(1,1,0)$.

3) Montrer que $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$.
En déduire l'aire du triangle OCB.

Exercice .3

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher. Chacune des 8 boules est marquée d'un nombre comme l'indique la figure ci-contre



On tire simultanément et au hasard 3 boules du sac.

1) On considère les deux événements .
A : « aucune des trois boules tirées ne porte le numéro 0 »
B : « le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égal à 8 »

Montrer que : $p(A)=\frac{5}{14}$ et $p(B)=\frac{1}{7}$.

2) Soit X la variable aléatoire liant égal au produit des nombres portés par les trois boules tirées.

a) Montrer que $p(X=16)=\frac{3}{28}$.

b) Le tableau ci-contre représente la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$				$\frac{3}{28}$

Copier ce tableau et compléter le sur la copie en justifiant les réponses.

Exercice .4 Site : maths-inter.ma -Bac 2017 – Ss1 .4

Partie I : On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

1) Calculer $g(1)$ 0,25 pts

2) En partant du tableau de variations de la fonction g ci-contre , Montrer que :

$g(x)\le 0$ pour tout x de $]0,1]$.

$g(x)\ge 0$ pour tout x de $[1,+\infty[$. 1 pts

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

Partie II : On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x+\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 1cm.

1) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ et interpréter le résultat géométriquement. 0,5 pts

2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. 0,25 pts

b) Montrer que (C_f) admet une branche parabolique de direction la droite $(D): y=x$ en $+\infty$. 0,75 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$. pour tout x de $]0,+\infty[$. 1 pts

b) Etudier les variations de f sur $]0,+\infty[$. 0,75 pts

c) Dresser son tableau de variations sur $]0,+\infty[$. 0,25 pts

4) a) Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$, l'équation $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x=0$ 0,5 pts

b) En déduire que la courbe (C_f) coupe la droite (D) en deux points dont on déterminera les coordonnées. 0,5 pts

c) Montrer que $f(x)\le x$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1,2]$, en déduire la position relative de la courbe (C_f) et la droite (D) sur l'intervalle $[1,2]$. 0,75 pts

5) Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C_f). 1 pts

(On admet que (C_f) admet un point d'inflexion unique dont l'abscisse est compris entre 2,4 et 2,5)

6) a) Montrer que $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$. 0,5 pts

b) Vérifier que $H: x \mapsto 2\ln x - x$ est une primitive de $h: x \mapsto \dfrac{2}{x}-1$ sur $]0,+\infty[$.

c) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$. 0,5 pts

d) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), la droite (D) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$. 0,5 pts

Partie III : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=\sqrt{3}$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

1) Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$; $1\le u_n\le 2$.

2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

3) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Bonne Chance