Exercice .1

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 8z + 41 = 0$.

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A , B , C et Ω d'affixes respectives a , b, c et ω telles que :

$a = 4+5i$; $b = 3+4i$; $c = 6+7i$; $\omega = 4+7i$

Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ en déduire que les points A , B et C sont alignés.

3) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe d'un point M' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

a) Montrer que $z' = -iz - 3 + 11i$.

b) Déterminer l'image du point c par la rotation R, puis donner la forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{a-\omega}{c-\omega}$.

Exercice .2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points $A(1;3;4)$ et $B(0;1;2)$.

1) a) Vérifier que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

b) Montrer que $2x - 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

2) Soit (S) la sphère d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$$

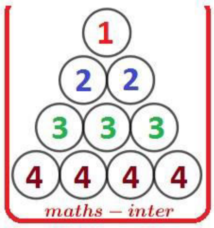
Montrer que le centre de la sphère est $\Omega(3;-3;3)$ et que son rayon est 5.

3) a) montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S).

b) Déterminer les coordonnées du point de tangence H du plan (P) et de la sphère (S) .

Exercice .3

Un sac contient 10 boules, indiscernables au toucher, portant les chiffres suivants :
1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 .
On considère l'expérience :
« On tire successivement et sans remise 2 boules du sac. »



1) Soit l'événement : A « les deux boules tirée portent chacune un nombre pair »

Montrer que : $p(A) = \frac{1}{3}$.

2) On répète l'expérience précédente 3 fois de suite sachant que les deux boules tirées sont remis dans le sac après chaque nouveau tirage .
Soit X la variable aléatoire égal au nombre de fois que l'événement A est réalisé.

Montrer que $p(X=1) = \frac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

Exercice .4

Soit la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 2$; $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} = \frac{1}{16}U_n + \frac{15}{16}$

1) a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $1 < U_n$

b) Vérifier que : $U_{n+1} - U_n = -\frac{15}{16}(U_n - 1)$, puis démontrer que (U_n) est strictement décroissante.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

2) On considère la suite (V_n) telle que: $V_n = U_n - 1$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{16}$ et donner V_n en fonction de n.

b) Montrer que $U_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$

puis calculer la limite de la suite (U_n).

Exercice .5 Site : maths-inter.ma -Bac 2016 – Ss2 8 pts .5

Partie I : On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=\frac{2}{x}-1+2\ln x$

On donne ,ci-contre, le tableau de variations de g sur $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$-\infty$

1) Calculer $g(1)$ 0,25 pts

2) En partant du tableau de variations de la fonction g

Montrer que :

$g(x)>0$ pour tout x de $]0,+\infty[$ 0,75 pts

Partie II : On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité $2cm$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement. 0,75 pts

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$. 0,25 pts

(Remarquer que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x)=x\left[\frac{3}{x}-3+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$)

b) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$. 0,5 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=g(x)$. pour tout x de $]0,+\infty[$. 0,75 pts

b) Etudier les variations de f , puis dresser son tableau de variations sur $]0,+\infty[$. 0,75 pts

4) a) Montrer que $I(1,0)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C_f) 0,5 pts

b) Montrer que $y=x-1$ est l'équation de la tangente (T) au point $I(1,0)$ à la courbe (C_f). 0,25 pts

c) Tracer sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C_f). 1 pts

5) a) Montrer que $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$. 0,5 pts

b) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $\int_1^2(x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$. 0,75 pts

c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$. 0,5 pts

6) Résoudre graphiquement , dans l'intervalle $]0,+\infty[$, l'inéquation : $(x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$

Bonne Chance