Exercice .1

Site : maths-inter.ma -Bac 2014 – Ss1 .1

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$.

2) Soit le nombre complexe u tel que : $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$.

a) Ecrire u sous forme trigonométrique.

b) en déduire que a^6 est un nombre réel.

3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A et B d'affixes a et b telles que : $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe d'un point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Ecrire z' en fonction de z.

b) Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R.

c) en déduire que le triangle OAB est équilatéral.

Exercice .2

Site : maths-inter.ma -Bac 2014 – Ss2 .2

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,3,1)$, $B(-1,3,0)$, $C(0,5,0)$ et la sphère (S) d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ en déduire que les points A, B et C sont non alignés.

b) Montrer que $2x - y - 2z + 5 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

2) a) Montrer que le centre de la sphère (S) est $\Omega(2,0,0)$ et que son rayon est 3.

b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S).

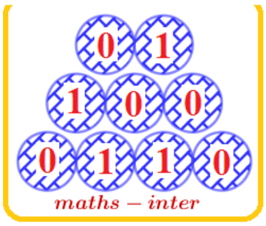
c) Déterminer les coordonnées de H point de tangence du plan (ABC) et de la sphère (S).

Exercice .3

Site : maths-inter.ma -Bac 2014 – Ss2 .3

Un sac contient 9 jetons, indiscernables au toucher, portant les chiffres suivants : $0\,;\,0\,;\,0\,;\,0\,;\,0\,;\,1\,;\,1\,;\,1\,;\,1$.

« On tire simultanément 2 jetons du sac. »



1) Soit l'événement : A « la somme des nombres portés par les jetons tirés est égal à 1 »

Montrer que : $p(A) = \frac{5}{9}$.

2) On considère le jeu suivant : Said tire simultanément deux jetons du sac , il est considéré comme gagnant s'il tire deux jetons portant tous les deux le chiffre 1 .

a) Montrer que la probabilité pour que Said gagne est $p = \frac{1}{6}$.

b) Said répète le même jeux précédent trois fois de suite (les deux jetons sont remis dans le sac après chaque nouveau tirage), quel est la probabilité pour que said gagne deux fois exactement .

Partie I :

Soit la fonction : $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

1) Montrer que $g'(x)=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}$ pour tout x de $]0,+\infty[$, en déduire les variations de g . 0,5 pts

2) Calculer $g(1)$ en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0,+\infty[$ 0,75 pts

Partie II :

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

(C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 1cm.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement. 0,5 pts

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 0,25 pts

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$. 1 pts

c) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$. 0,25 pts

3) a) Montrer que $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$. pour tout $x\in]0,+\infty[$, en déduire les variations de f . 1,5 pts

b) Dresser le tableau de variations de f sur $]0,+\infty[$, en déduire que : $\forall x\in]0,+\infty[\ ;\ f(x)\geq 2$. 1 pts

c) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ 0,75 pts

(On admet que (C_f) admet un point d'inflexion unique dont les coordonnées ne sont pas demandées).

4) On considère les intégrales :

$$I=\int_1^e(1+\ln x)^2dx \quad \text{et} \quad J=\int_1^e(1+\ln x)dx$$

a) Montrer que $H:x\mapsto x\ln x$ est une primitive de $h:x\mapsto 1+\ln x$ sur $]0,+\infty[$, en déduire que $I=e$.
0,5 pts

b) Montrer, en utilisant une intégration par parties, que : $J=2e-1$. 0,75 pts

c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. 0,5 pts

Bonne Chance