

Méthodes directes de raisonnement :

la méthode directe de raisonnement est une méthode qui utilise les résultats des tables de vérité pour décider de la valeur de vérité d'une proposition simple ou composée. Le tableau suivant envisage les méthodes les plus utilisées en classe :

type	P	\bar{P}	P ou Q	P et Q	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
Montrer que	F	V	V	V	V	V
Méthode	On montre que \bar{P} est vraie	On montre que P est fausse	On montre que l'une des propositions est vraie	On montre que les deux propositions sont vraies	On suppose que P est vraie et on montre que Q est vraie	On montre que les deux propositions ont la même valeur de vérité

Autres méthodes de raisonnement

En pratique	Description	Méthode
On suppose que Q est vraie et on montre P est vrai	méthode spéciale pour justifier une implication $P \Rightarrow Q$ Cette méthode repose sur l'équivalence : $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\bar{Q} \Rightarrow \bar{P})$	Raisonnement par : contraposée
On envisage les cas : *cas :1 on suppose que P1 est vraie et on montre que Q est vraie *cas :1 on suppose que P2 est vraie et on montre que Q est vraie ... *cas :n on suppose que P2 est vraie et on montre que Q est vraie	méthode spéciale pour justifier une implication $P \Rightarrow Q$ Cette méthode repose sur la possibilité de décomposer la première proposition P sous forme de disjonction du minimum possible de propositions $P \Leftrightarrow P_1 \text{ ou } P_2 \text{ ou } \dots \text{ ou } P_n$ Alors pour montrer que l'implication proposée est vraie il faut montrer que toutes les propositions $(P_i \Rightarrow Q)$ sont vraies, pour tout i de 1 à n	Raisonnement par : disjonction des cas
On suppose que P est fausse On construit une implication vraie de la forme $\bar{P} \Rightarrow Q$ Avec une proposition Q fausse (contradiction) On conclut que P est vraie	méthode spéciale pour montrer qu'une proposition P est vraie On suppose que P est fausse Cette méthode repose sur le fait d'une implication vraie (qu'on construit) $\bar{P} \Rightarrow Q$ Avec une proposition Q fausse (contradiction) On s'aperçoit alors que non (P) doit être fausse contrairement à notre supposition ce qui conduit à la vérité de P.	Raisonnement par : L'absurde
On cherche une proposition vraie Q équivalente à P	méthode spéciale pour montrer qu'une proposition P est vraie Cette méthode repose sur le fait que si la proposition $P \Leftrightarrow Q$ est vraie alors les propositions P et Q ont la même valeur de vérité	Raisonnement par : équivalence
On cherche un élément a de E tel que p(a) soit fausse L'élément a est appelé « un contre exemple »	méthode spéciale pour montrer qu'une proposition de la forme : $(\forall x \in E) ; P(x)$ Est fausse Cette méthode repose sur le fait de démontrer que la négation de cette proposition est vraie, qui est justement $(\exists x \in E) ; \bar{P}(x)$ Il suffit de trouver un élément particulier a de E tel que la proposition P(a) soit fausse	Raisonnement par : Contre exemple
<u>Première étape :</u> On montre que p(0) est vraie <u>Première étape :</u> Pour un entier donné p , On suppose que p est vraie On montre que P(p) est vraie Et on montre que P(p+1) est vraie	méthode spéciale pour justifier une implication quantifiée dans l'ensemble IN des entiers naturels $(\forall n \in \mathbb{N}) ; P(n)$ Cette méthode est réalisable en deux étapes : ✓ on vérifie que P(0) est vraie ✓ On montre que l'implication : $(\forall p \in \mathbb{N}) ; P(p) \Rightarrow P(p+1)$ est vraie	Raisonnement par : Récurrence simple