Exercice .1

maths-inter.ma

Ecrire les propositions suivantes en utilisant les quantificateurs et les connecteurs logiques :

1) (P) : « l'équation $x^2 = 5$, n'a pas de solution réelle »
2) (Q) : « le carré de tout réel est supérieur ou égal à $-\sqrt{2}$ »
3) (R) : « l'équation $x^2 = 5$, possède une solution réelle »

Exercice .2

maths-inter.ma

Déterminer, en justifiant la réponse, la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

1) (S) : " $\exists x \in IR ;\ x^2 + 3x + 7 = 0$ "
2) (T) : " $a \in IR^- ;\ a^2 = 4 \Leftrightarrow a = -2$ "
3) (K) : " $\sqrt{3} + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{3+5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ "
4) (L) : " $\forall x \in IR ;\ x^2 + 1 > 2x$ "
5) (M) : " $(\forall x \in IR)(\exists a \in IR) ;\ a < x + 1$ "

Exercice .3

maths-inter.ma

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes :

1) (E) : " $\sqrt{3} + \sqrt{5} < 2\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3+5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ "
2) (F) : " $1 + \sqrt{\pi} \geq 3\sqrt{7}$ et $\sqrt{11 + \sqrt{3}} = 7 + \sqrt{5}$ "
3) (G) : " $2\sqrt{17} < 69 \Rightarrow \sin\pi = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ "
4) (H) : " $2\sqrt{17} < 69 \Rightarrow (\sin\pi = 0$ ou $2^{2012} - 1 < 342567)$ "
5) (J) : " $(\forall x \in IR)(\exists a \in IR) ;\ a < x + 1$ "

Exercice .4

maths-inter.ma

1) **Montrer , à l'aide d'un contre exemple, que la proposition suivant est fausse:**
   (P) : $(\forall x \in]0,1[) \ ;\ \dfrac{3}{x(1-x^2)} < 1$
2) **Montrer , à l'aide des équivalences succéssives, que la proposition suivant est vraie:**
   $\forall (x,y) \in IR_+^2 \ ;\ x + y \geq 2\sqrt{xy}$
3) **Montrer , à l'aide de la contraposée, que la proposition suivant est vraie:**
   $\forall (x,y) \in IR^2 \ ;(xy \neq 1 \text{ et } x \neq y) \Rightarrow \left(\dfrac{x}{x^2+x+1} \neq \dfrac{y}{y^2+y+1}\right)$
4) **Montrer par récurrence que :** $\forall n \in IN \ ;\ 1\times 2 + 2\times 3 + \ldots.. + n(n+1) = \dfrac{n(n+1)(n+1)}{3}$

Bonne Chance