Exercice 1

maths-inter.ma

Ecrire les propositions suivantes en utilisant des symboles logiques convenables :

1) **(P) : « Pour tout entier naturel n, il existe un nombre réel t tel que la racine carrée de n est égale à t »**
2) **(Q) : « Pour tous nombres réel x et y, il existe un entier naturel p, tel que la somme des carrés de x et de y est égale au cube du nombre p »**
3) **(R) : « le système formé par les deux équations $3x-2y=5$ et $x+y=-3$ admet au moins une solutions dans IR^2 »**

Exercice 2

maths-inter.ma 6 pts

Déterminer, en justifiant la réponse, la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

1) (P) : " $\sqrt{3}+\sqrt{5}<2\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ "
2) (Q) : " $\forall x \in]-\infty\,;-3]$; $-x^2+4x+5\leq 0$ "
3) (R) : " $\forall x \in IR^+$; $\sqrt{x^4+1}-x=0$ "
4) (S) : " $(\exists a \in IR)(\forall x \in IR)$; $a-\sqrt{3}<x^2$ "

Exercice 3

maths-inter.ma 4 pts

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes :

1) (K) : " $\sqrt{5}\geq 2\sqrt{2}$ ou $1+2+3=\sqrt{3}$ "
2) (L) : " $2\sqrt{17}<69 \Rightarrow \sin\pi=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ "
3) (M) : " $5\sqrt{137}<17 \Rightarrow (\sin\pi=2$ ou $2^{2012}-1<342567)$ "
4) (N) : " $(\forall x \in IR)(\exists a \in IR)(\forall y \in IR)$; $ay-\sqrt{3}<ax+1$ "

Exercice 4

maths-inter.ma 7 pts

1) *Démontrer par l'absurde que la proposition suivante est fausse :* (P) : $\sqrt{3}+\sqrt{5}<2\sqrt{2}$
2) *Démontrer en utilisant un contre-exemple que la proposition suivante est fausse :*
   (Q) : $(\forall x \in IR)$; $x<x^2$
3) *Démontrer en utilisant des équivalences succéssives que la proposition suivante est vraie :*
   (R) : $\forall (x,y)\in IR_+^2$; $9x+4y\geq 12\sqrt{xy}$
4) *Démontrer en utilisant la contraposée que la proposition suivante est vraie :*
   (S) : $\forall (x,y)\in IR^2$; $(y\neq -\frac{3}{4}x)\Rightarrow (\frac{x-y}{x+y}\neq 7)$
5) *Démontrer en utilisant le raisonnement par récurrence que :*
6) *Le nombre* 7^n-2^n est divisible par 5 pour rtout entier naturel n.

Bonne Chance