

Exercice .1

Maths-inter.ma

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{6U_n - 4}{U_n + 2} \end{cases}$$
- Calculer : U_1 .
 - Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 2 < U_n$.
 - Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} : $V_n = \frac{2}{U_n - 2}$.

- Montrer que (V_n) est Arithmétique et déterminer sa raison.
 - Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S'_n = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \dots + \frac{1}{U_n - 2}$.
- Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
 - Calculer S'_n .

Exercice .2

Maths-inter.ma

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$$
- Calculer : U_1 .
 - Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n < 2$.
 - Etudier la monotonie de la suite (U_n) .

- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} : $V_n = U_n - 2$.
- Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison.
 - Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
- Calculer S_n .
 - Calculer S'_n .

Exercice .3

Maths-inter.ma

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 3 - \frac{9}{4U_n} \end{cases}$$
- Calculer : U_1 .
 - Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \frac{3}{2} < U_n$.
 - Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} : $V_n = \frac{2}{2U_n - 3}$.

- Montrer que (V_n) est Arithmétique de raison $\frac{2}{3}$.
 - Montrer que $U_n = \frac{3n+6}{2n+2}$.
- 3) On pose : $S'_n = \frac{1}{2U_0 - 3} + \frac{1}{2U_1 - 3} + \dots + \frac{1}{2U_n - 3}$.
- Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
 - Vérifier que $\frac{1}{2U_n - 3} = \frac{1}{2}V_n$.
 - Calculer S'_n .

Exercice .4

Maths-inter.ma

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{5}{3} \end{cases}$$
- Calculer : U_1 .
 - Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n < \frac{5}{2}$.
 - Etudier la monotonie de la suite (U_n) .

- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} : $V_n = U_n - \frac{5}{2}$.
- Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison.
 - Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
- Calculer S_n .
 - Calculer S'_n .

Exercice .5

Maths-inter.ma

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n} \end{cases}$$
- Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \neq 2$.
 - Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; -1 \leq U_n < 2$.
 - Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} : $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$.

- Montrer que (V_n) est Arithmétique de raison $-\frac{1}{2}$.
 - Montrer que $U_n = \frac{6n-2}{3n+2}$.
- 3) On pose : $S'_n = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \dots + \frac{1}{U_n - 2}$.
- Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
 - Calculer S'_n .

Bonne Chance