

Exercice .1

Maths-inter.ma

1.

- 1) Soit la suite  $(U_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} U_2 = \frac{14}{5} \\ U_{n+1} = \frac{7U_n}{1+2U_n} \end{cases}$$
- Calculer :  $U_1$ .
  - Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 0 < U_n < 3$ .
  - Etudier la monotonie de la suite  $(U_n)$ .
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $V_n = \frac{U_n}{3-U_n}$ .

- Montrer que  $(V_n)$  est géométrique et déterminer sa raison.
  - Déterminer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose :  $S'_n = \frac{3}{3-U_1} + \frac{3}{3-U_2} + \dots + \frac{3}{3-U_{n-1}}$ .
- Calculer  $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$ .
  - Vérifier que pour tout  $p$  de  $\mathbb{N}^*$   $\frac{3}{3-U_n} = 1 + V_n$
  - Calculer  $S'_n$ .

Exercice .2

Maths-inter.ma

2.

- 1) Soit la suite  $(U_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} U_1 = 11 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3} \end{cases}$$
- Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; U_n \neq 5$ .
  - Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 \leq U_n \leq 11$ .
  - Etudier la monotonie de la suite  $(U_n)$ .
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $V_n = \frac{1}{U_n - 5}$ .

- Montrer que  $(V_n)$  est Arithmétique de raison  $\frac{1}{2}$ .
  - Calculer  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose :  $S'_n = \frac{1}{U_1 - 5} + \frac{1}{U_2 - 5} + \dots + \frac{1}{U_{n+1} - 5}$ .
- Calculer  $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{n+1}$ .
  - Calculer  $S'_n$ .

Exercice .3

Maths-inter.ma

3.

- Soit la suite  $(U_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} U_0 = 1 ; U_1 = 2 \\ U_{n+2} = \frac{5}{3}U_{n+1} - \frac{2}{3}U_n \end{cases}$$
- Calculer  $U_2$ .
  - Soit la suite  $(V_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :  $V_n = U_{n+1} - U_n$ .

- Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique.
  - Calculer  $V_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Calculer la somme :  $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$ .
- 4) Montrer que :  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = 4 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ .

Exercice .4

Maths-inter.ma

4.

- 1) Soit la suite  $(U_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} U_2 = \frac{4}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} \end{cases}$$
- Calculer :  $U_1$ .
  - Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 1 < U_n < 3$ .
  - Etudier la monotonie de la suite  $(U_n)$ .
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$ .

- Montrer que  $(V_n)$  est géométrique et déterminer sa raison.
  - Déterminer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose :  $S'_n = \frac{3}{U_2 + 2} + \frac{3}{U_3 + 2} + \dots + \frac{3}{U_{2n+1} + 2}$ .
- Calculer  $S_n = V_2 + V_3 + \dots + V_{2n+1}$ .
  - Vérifier que  $\frac{3}{U_n + 2} = 1 - V_n$
  - Calculer  $S'_n$ .

Exercice .5

Maths-inter.ma

5.

- 1) Soit la suite  $(U_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} U_2 = 1/3 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n + 1} \end{cases}$$
- Calculer :  $U_1$ .
  - Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 0 < U_n$ .
  - Etudier la monotonie de la suite  $(U_n)$ .
- 2) Soit la suite  $(V_n)$  telle que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  :  $V_n = \frac{1}{2U_n}$ .

- Montrer que  $(V_n)$  est Arithmétique de raison  $\frac{1}{2}$ .
  - Calculer  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose :  $S'_n = \frac{1}{U_3} + \frac{1}{U_4} + \dots + \frac{1}{U_{n+2}}$ .
- Calculer  $S_n = V_3 + V_4 + \dots + V_{n+2}$ .
  - Calculer  $S'_n$ .

Bonne Chance