

Exercice .1

Maths-inter.ma

1.

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_2 = \frac{14}{5} \\ U_{n+1} = \frac{7U_n}{1+2U_n} \end{cases}$$
- a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 0 < U_n < 3$.
- b) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N}^* : $V_n = \frac{U_n}{3-U_n}$.

- a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison .
- b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S'_n = \frac{3}{3-U_1} + \frac{3}{3-U_2} + \dots + \frac{3}{3-U_{n-1}}$.
- a) Calculer $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$.
- b) Vérifier que pour tout p de \mathbb{N}^* $\frac{3}{3-U_n} = 1 + V_n$
- c) Calculer S'_n .

Exercice .2

Maths-inter.ma

2.

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_1 = 11 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3} \end{cases}$$
- a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 \leq U_n \leq 11$.
- b) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N}^* : $V_n = \frac{1}{U_n - 5}$.

- a) Montrer que (V_n) est Arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.
- b) Calculer U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S'_n = \frac{1}{U_1 - 5} + \frac{1}{U_2 - 5} + \dots + \frac{1}{U_{n+1} - 5}$.
- a) Calculer $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{n+1}$.
- b) Calculer S'_n .

Exercice .3

Maths-inter.ma

3.

- Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 ; U_1 = 2 \\ U_{n+2} = \frac{5}{3}U_{n+1} - \frac{2}{3}U_n \end{cases}$$
- 1) Calculer U_2 .
- 2) Soit la suite (V_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $V_n = U_{n+1} - U_n$.

- a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
- b) Calculer V_n en fonction de n .
- 3) Calculer la somme : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$.
- 4) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = 4 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

Exercice .4

Maths-inter.ma

4. التمرين

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_2 = \frac{4}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} \end{cases}$$
- a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 1 < U_n < 3$.
- b) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N}^* : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$.

- a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison .
- b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S'_n = \frac{3}{U_2 + 2} + \frac{3}{U_3 + 2} + \dots + \frac{3}{U_{2n+1} + 2}$.
- a) Calculer $S_n = V_2 + V_3 + \dots + V_{2n+1}$.
- b) Vérifier que $\frac{3}{U_n + 2} = 1 - V_n$
- c) Calculer S'_n .

Exercice .5

Maths-inter.ma

5.

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_2 = 1/3 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n + 1} \end{cases}$$
- a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 0 < U_n$.
- b) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N}^* : $V_n = \frac{1}{2U_n}$.

- a) Montrer que (V_n) est Arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.
- b) Calculer U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S'_n = \frac{1}{U_3} + \frac{1}{U_4} + \dots + \frac{1}{U_{n+2}}$.
- a) Calculer $S_n = V_3 + V_4 + \dots + V_{n+2}$.
- b) Calculer S'_n .

Exercice .6

Maths-inter.ma

6.

- 1) Soit la suite (U_n) définie par:
$$\begin{cases} U_0 = \frac{7}{3} \\ U_{n+1} = \frac{7U_n + 3}{3U_n + 7} \end{cases}$$
- a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 \leq U_n$.
- b) Etudier la monotonie de la suite (U_n) .
- 2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de \mathbb{N} : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$.

- a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison .
- b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S'_n = \frac{2}{U_0 + 1} + \frac{2}{U_1 + 1} + \dots + \frac{2}{U_n + 1}$.
- a) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
- b) Vérifier que $\frac{2}{U_n + 1} = 1 - V_n$
- c) Calculer S'_n .

Bonne Chance