Exercice .1 — Maths-inter.ma — .1

On pose pour tout $\mathbf{x}$ de $\mathbb{R}$: $F(x) = \sin^3 x + \cos^3 x - \frac{3\sqrt{2}}{4}\sin(x + \frac{\pi}{4})$

1) Calculer $F(\frac{11\pi}{4})$ et $F(-\frac{3\pi}{2})$.

2) a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $\sin^3 x + \cos^3 x = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)(\frac{1}{2} - \sin 2x)$

   b) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $F(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)(\frac{1}{2} - \sin 2x)$

3) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $F(x) = 0$.

   b) Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right[$, l'inéquation : $F(x) \phi 0$

Exercice .2 — Maths-inter.ma — .2

1) Montrer que pour tout $\mathbf{x}$ réel différent de $\frac{\pi}{2} + k\pi$ مع $(k \in \mathbb{Z})$: $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

2) Soit α un réel tel que : $\tan(\frac{\alpha}{2}) = \sqrt{2} - 1$.

   a) Montrer que $\sin\alpha = 2\tan(\frac{\alpha}{2})\cos^2(\frac{\alpha}{2})$.

   b) En déduire $\sin\alpha$ en fonction de $\tan(\frac{\alpha}{2})$, puis calculer $\sin\alpha$.

   c) Montrer que $\cos\alpha = \frac{1 - \tan^2(\frac{\alpha}{2})}{1 + \tan^2(\frac{\alpha}{2})}$, puis calculer $\cos\alpha$.

Exercice .3 — Maths-inter.ma — .3

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

2) On pose : $A(x) = 2\cos^2 x + 5\sin x\cos x - 3\sin^2 x + \frac{1}{2}$

   a) Montrer que: $A(x) = \frac{5\sqrt{2}}{2}\sin(2x + \frac{\pi}{4})$

   b) Résoudre dans $[0, 2\pi[$ l'équation: $A(x) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

   c) Résoudre dans $[0, \pi[$ l'inéquation : $A(x) < 0$

Bonne Chance