Exercice 1

On pose pour tout x de IR : $F(x)=\cos(6x)-5\cos(2x)$

1) Calculer $F(3\pi/4)$

2) a) Montrer que : $\cos(6x)-\cos(2x)=-4\sin^2(2x)\cos(2x)$.

b) En déduire que $F(x)=-4\cos(2x)(1+\sin^2(2x))$

c) Résoudre dans $]-\pi,\pi[$ l'équation : $F(x)=0$

d) Résoudre dans $\left[\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4}\right]$ l'équation : $F(x)\geq 0$

Exercice 2

1) soit x un élément de l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{4}\right[$, on pose: $A(x)=\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}$

a) Vérifier que : $(\cos x+\sin x)^2=1+\sin 2x$

b) Montrer que : $A(x)=\dfrac{1+\sin 2x}{\cos 2x}$, en déduire $A(\pi/8)=1+\sqrt{2}$

c) Montrer que : $A(x)=\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}$, en déduire $\tan(\pi/8)=\sqrt{2}-1$

2) On considère dans IR l'équation : $(E):\ \cos x-(\sqrt{2}-1)\sin x=1$

a) Montrer que pour tout x من IR : $\left[\cos x-(\sqrt{2}-1)\sin x=1\right]\Leftrightarrow\left[\cos(x+\pi/8)=\cos\pi/8\right]$

b) Résoudre dans IR l'éqution : (E)

Exercice 3

Soit la fonction h telle que : $h(x)=\dfrac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$

1) a) Résoudre dans IR l'équation : $\sin 2x=0$, déduire D le domaine de définition h.

b) Calculer $h(\pi/4)$ et $h(\pi/6)$.

c) Vérifier que h est une fonction impaire et que : $\forall x\in D\ ;\ h(\pi-x)=-h(x)$

2) a) Montrer que : $\forall x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\ ;\ h(x)=\tan x$

b) Résoudre l'inéquation : $x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\ ;\ h(x)>1$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Bonne Chance