

## Exercice .1

maths-inter.ma

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Soit (S) la sphère de centre  $\Omega(2, 1, 2)$  et de rayon 3 et (P) le plan passant par le point  $A(-1, 0, 3)$  et dont un vecteur normal est  $\vec{u}(4, 0, -3)$ .

- 1) Montrer que l'équation cartésienne de la sphère (S) est :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$
- 2) Vérifier que  $4x - 3z + 13 = 0$  est une équation cartésienne du plan (P).

$$3) \text{ a) Vérifier que } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \text{ est une}$$

représentation paramétrique de la droite ( $\Delta$ ) passant par le point  $\Omega$  et orthogonale à (P).

- b) Déterminer les coordonnées du point H intersection de la droite ( $\Delta$ ) et le plan (P).
- c) Calculer  $d(\Omega, (P))$
- d) montrer que (P) est tangent à la sphère (S) en un point à déterminer.

## Exercice .2

maths-inter.ma

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(0, -2, -2)$ ,  $B(1, -2, -4)$ ,  $C(-3, -1, 2)$

- 1) Montrer que  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  et en déduire que  $2x + 2y + z + 6 = 0$  est une équation cartésienne du plan (ABC).

- 2) Soit la sphère (S) dont une équation est :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$   
Vérifier que la sphère (S) a pour centre  $\Omega(1, 0, 1)$  et

pour rayon  $R = 5$ .

- 3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite ( $\Delta$ ) passant par  $\Omega$  et perpendiculaire au plan (ABC).
- b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite ( $\Delta$ ) et du plan (ABC).
- 4) Montrer que  $d(\Omega, (ABC)) = 3$ , puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre.

## Exercice .3

maths-inter.ma

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Soit (S) la sphère d'équation  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$  et (P) le plan d'équation  $y - z = 0$ .

- 1) a) montrer que le centre de la sphère (S) est le point  $\Omega(1; 1; 1)$  et que son centre est 2.  
b) Calculer la distance  $d(\Omega, (P))$ , en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C).  
c) déterminer le centre et le rayon du cercle (C).

- 2) Soit ( $\Delta$ ) la droite passant par le point  $A(1; -2; 2)$  et orthogonale à (P).

- a) montrer que  $\vec{u}(0, 1, -1)$  est un vecteur directeur de ( $\Delta$ ).
- b) Montrer que  $\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$ , en déduire que la droite ( $\Delta$ ) coupe la sphère (S) en deux points.
- c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ( $\Delta$ ) et (S)

Bonne Chance