Exercice .1 maths-inter.ma

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Soit (P) le plan passant par le point $A(0,1,1)$ et dont un vecteur normal est $\vec{u}(1,0,-1)$ et soit (S) la sphère de centre $\Omega(0,1,-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

1) a) montrer que $x-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (P).

b) Montrer que le plan (P) est tangent à (S) au point $B(-1,1,0)$.

2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale à (P).

b) montrer que (Δ) est tangent à la sphère (S) au point $C(1,1,0)$.

3) Montrer que $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$.
En déduire l'aire du triangle OCB.

Exercice .2 maths-inter.ma

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1;3;4)$ et $B(0;1;2)$.

1) a) Vérifier que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$.

b) Montrer que $2x-2y+z=0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

2) Soit (S) la sphère d'équation :

$$x^2+y^2+z^2-6x+6y-6z+2=0$$

Montrer que le centre de la sphère est $\Omega(3;-3;3)$ et que son rayon est 5.

3) a) montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S).

b) Déterminer les coordonnées du point de tangence H du plan (P) et de la sphère (S).

Exercice .3 maths-inter.ma

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(2,1,3)$, $B(3,1,1)$, $C(2,2,1)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-34=0$.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ en déduire que les points A, B et C sont non alignés.

b) Montrer que $2x+2y+z-9=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

2) a) Montrer que le centre de la sphère (S) est $\Omega(1,-1,0)$ et que son rayon est 6.

b) Montrer que $d(\Omega,(ABC))=3$, en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ).

3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

b) Montrer que le centre du cercle (Γ) est le point B.

Bonne Chance