

I. Opérations sur les ensembles:

Soient A et B deux parties d'un ensemble E, considéré comme ensemble de référence.

CardA = 5	\bar{A}	$A \cap B$	$A \cup B$	$A - B$	$A \Delta B$
CardA = nombre d'éléments de A		$A \cap B = \{x \in E / x \in A \text{ et } x \in B\}$		$A - B = \{x \in E / x \in A \text{ et } x \notin B\}$	
$\bar{A} = \{x \in E / x \notin A\}$		$A \cup B = \{x \in E / x \in A \text{ ou } x \in B\}$		$A - B = A \cap \bar{B}$	
				$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$	
				$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$	

II. Propriétés:

Soient A et B et C des parties d'un ensemble E, considéré comme ensemble de référence.

$$\begin{aligned}
 (A \cap B) \cap C &= A \cap (B \cap C) & (A \cup B) \cup C &= A \cup (B \cup C) & (A \Delta B) \Delta C &= A \Delta (B \Delta C) \\
 A \cap B &= B \cap A & A \cup B &= B \cup A & A \Delta B &= B \Delta A \\
 A \cap \phi &= \phi & A \cap E &= A & A \cup \phi &= A & A \cup E &= E & A \Delta \phi &= A & A \Delta \bar{A} &= \bar{A} \\
 A \cap A &= A & A \cap \bar{A} &= \phi & A \cup A &= A & A \cup \bar{A} &= E & A \Delta A &= \phi & A \Delta \bar{A} &= E \\
 \text{Card} \bar{A} &= \text{Card} E - \text{Card} A & & & \text{Card}(A \cup B) &= \text{Card} A + \text{Card} B - \text{Card}(A \cap B) & & & & & & &
 \end{aligned}$$

III. Produit Cartésien:

Le produit Cartésien de l'ensemble E suivi de l'ensemble F est l'ensemble des couples (x ; y) tels que x est élément de E , et y est élément de F . On le note E x F.

Les produits cartésiens E x F et F x E sont généralement différents sauf si E=F (Carré cartésien).

$E = \{a; b\}$; $F = \{1; 2; 3\}$; $E \times F = \{(a,1); (a,2); (a,3); (b,1); (b,2); (b,3)\}$; مثال:

Arbre de choix

Diagramme Cartésien

On définit de la même façon le produit cartésien de 3 ou plusieurs ensembles.

$$\text{Card}(A \times B) = \text{Card} A \times \text{Card} B$$

$$\text{Card}(A \times B \times C) = \text{Card} A \times \text{Card} B \times \text{Card} C$$

IV. Parties d'un ensemble:

Soi E un ensemble, on note $P(E)$ l'ensemble contenant toutes les parties de l'ensemble E .

Exemple : $E = \{1,2,3\}$; $P(E) = \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

Théorème :

On démontre par récurrence ou en utilisant les applications que : $Card(P(E)) = 2^{CardE}$

V. Fonctions et Applications:

On dit que f est une fonction d'un ensemble E vers un ensemble F si et seulement si, tout élément de E admet au plus une image dans F . Si l'ensemble de définition de la fonction f est égal à l'ensemble de départ E , on dit que f est une application de E vers F .

Soit f une application de E vers F :

- F est une application surjective ou surjection si et seulement si, tout élément de F admet au moins un antécédent.
- F est une application injective ou inrjection si et seulement si, tout élément de F admet au plus un antécédent.
- F est une application bijective ou surjection si et seulement si, tout élément de F admet un antécédent unique.

<i>f est une fonction, mais f n'est pas une application.</i>	<i>f est une application</i>	<i>f est une application</i>
<i>f est une application non injective f est une application non surjective f est une application non bijective</i>	<i>f est une application injective f est une application non surjective En général f est injective ssi : $(\forall x \in E)(\forall x' \in E) ; f(x)=f(x') \Rightarrow x=x'$</i>	<i>f est une application non injective f est une application surjective En général f est surjective ssi : $(\forall y \in F)(\exists x \in E) ; y=f(x)$</i>

I. Image directe et image réciproque:

<p>Soit f une application de E vers F, A une partie de E et F une partie de F.</p> <p>L'image directe de A est une partie de F notée $f(A)$ telle que :</p> <p>$f(A) = \{y \in F / \exists x \in A ; y = f(x)\}$</p> <p>L'image réciproque de B est une partie de E notée $f^{-1}(B)$ telle que :</p> <p>$f^{-1}(B) = \{x \in E / f(x) \in B\}$</p>	<p>Soit</p> <p>$A = \{L, M, O\}$</p> <p>On a :</p> <p>$f(A) = \{R, T\}$</p> <p>Soit</p> <p>$B = \{R, S, V, U\}$</p> <p>On a :</p> <p>$f^{-1}(B) = \{L, M, P\}$</p>	
--	--	--

Bonne Chance