Exercice .1 Maths-inter.ma **1.**

On pose $E = IR^2$ .Soit l'application f définie de E vers E par : $f((x,y)) = (x+y, xy)$

1) Montrer que : $\forall (x,y) \in IR^2$; $f((x,y)) = f((y,x))$.
2) f est-elle injective ?
3) Montrer que f n'est pas surjective
4) Soient les deux ensembles : $\mathbf{A} = \{(x,y) \in IR^2 \ / \ x \leq y\}$; $\mathbf{B} = \{(x,y) \in IR^2 \ / \ x^2 - 4y \geq 0\}$.
 a) Montrer que : $f(A) = B$.
 b) Soit g la restriction de f à l'ensemble A
 c) Montrer que g est une bijection de A vers B et déterminer sa bijection réciproque.

Exercice .2 Maths-inter.ma **2.**

A est une partie d'un ensemble E.
Soit l'application f de $P(E)$ vers $P(E)$ telle que : $\forall X \in P(E) :\ f(X) = A \cap X$
1) Déterminer : $f(\phi)$; $f(E)$; $f(A)$
2) Déterminer : $f(B)$ إذا كان $B \subset A$
3) F est-elle bijective ?
4) On suppose que $E = \{u, v, t\}$ et $A = \{t\}$
 a) Déterminer $P(E)$
 b) Définir l'application f à l'aide du diagramme de Venn
 c) Déterminer les propriétés de l'application f (injectivité et surjectivité)

Exercice .3 Maths-inter.ma **3.**

Soit E un ensemble non vide et soit f l'application définie par : $\mathbf{f : P(E) \to P(E)}$, $\mathbf{X \mapsto \overline{X}}$

1) Déterminer : $f(\overline{A})$; $f(E)$; $f(\phi)$ avec : $A \in P(E)$
2) Déterminer : $f(A \cap B)$ et $f(A) \cap f(B)$ avec : $A \in P(E)$ و $B \in P(E)$.
3) Montrer que l'application f est bijective et déterminer $f^{-1}(X)$ pour tout $X \in P(E)$.
4) On suppose que : $E = IR$.
 a) Déterminer $f(\{0,1\})$, $f(IR^+)$ et $f([-2,3[)$
 b) Déterminer $fof(X)$ pour tout $X \in P(E)$.

Exercice .4 Maths-inter.ma **4.**

Soit E un ensemble non vide et A une partie fixée de E. soit f_A l'application définie par : $f_A : P(E) \to P(E)$, $X \mapsto A\Delta X$

1) Déterminer : $f_A(\phi)$; $f_A(E)$; $f_A(\overline{A})$; $f_A(A)$ avec : $A \in P(E)$
2) Soit $X \in P(E)$.
 a) Montrer que : $A\Delta(A\Delta X)$
 b) Déterminer l'application : $f_A o f_A$
 c) En déduire que l'application f_A est bijective et détermine sa bijection réciproque f_A^{-1} .
 d) En déduire que : $\forall B \in P(E)$; $\forall C \in P(E)$; $A\Delta B = A\Delta C \Rightarrow B = C$

Bonne Chance