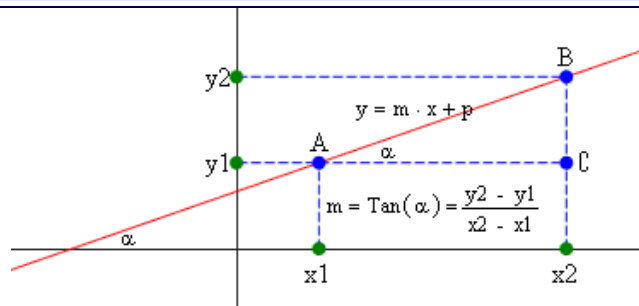


I. Rappel : coefficient directeur d'une droite oblique



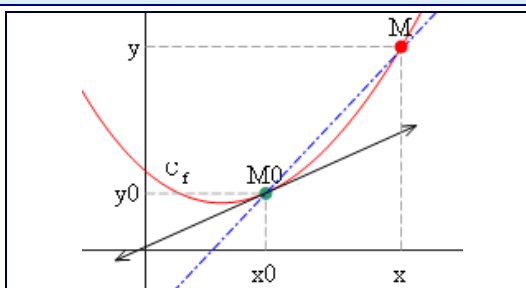
Une droite oblique (n'est pas // à Ox ni à Oy), a une équation de la forme $y = m \cdot x + p$, m est le coefficient directeur de cette droite et p est l'ordonnée à l'origine. On a : $m = \tan(\alpha)$ où α est la mesure de l'angle que fait la droite avec l'axe des abscisses. On peut voir facilement que l'angle ABC a pour mesure α , d'où :

$$m = \tan(\alpha) = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

II. équation de la tangente / Nombre dérivé

Interprétation géométrique

La droite avec « flèches » est la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0 . On peut faire tourner la droite « en pointillés » autour de M_0 , de telle manière quelle devienne confondue avec la tangente. Les deux droites passent par le même point M_0 et ont donc le même coefficient directeur, à la fin de ce déplacement.



ft dérivable / nombre dérivé

On dit que f est dérivable en x_0 si et seulement si :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = L \in \mathbb{R}$$

La limite L est appelée, nombre dérivé de f , on note :

$$L = f'(x_0)$$

Interprétation analytique

Le déplacement de M vers M_0 se traduit par le déplacement de x vers x_0 . On peut donc résumer tout ça par la relation :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = m$$

M est le coefficient directeur de la tangente.

Dans le cas où la tangente est // à Ox, on $m = 0$

Dans le cas où la tangente est // à Oy, on $m = \infty$

Remarque importante:

Si $L = \infty$ « plus ou moins » Alors la fonction f n'est pas dérivable en x_0 . Mais la courbe de f admet une tg // Oy en ce point.

Equation de la tg en x_0 :

L'équation de la tangente en x_0 est : $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

Approximation :

Si h « est petit » c'est-à-dire tend vers 0, alors $f(x_0 + h) \approx f(x_0) + h \cdot f'(x_0)$

III. Opérations sur les fonctions dérivées ($r \in \mathbb{Q} - \{1\}$)

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(\beta \cdot f)' = \alpha \cdot f'$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(f^r)' = r \cdot f^{r-1} \cdot f'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$$

$$(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$$

$$(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot f'$$

III. fonctions dérivées des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
U^n	$n \cdot U^{n-1} \cdot U'$	$\sin U$	$U' \cdot \cos U$	$\ln U$	$\frac{U'}{U}$
$\sqrt{U} = U^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2} \cdot U^{\frac{1}{2}-1} \cdot U' = \frac{U'}{2\sqrt{U}}$	$\cos U$	$U' \cdot \sin U$	e^U	$U' \cdot e^U$
$\sqrt[n]{U} = U^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{n} \cdot U^{\frac{1}{n}-1} \cdot U'$	$\tan U$	$U' \cdot (1 + \tan^2 U) = \frac{U'}{\cos^2 U}$	$\text{Arc tan } U$	$\frac{U'}{1+U^2}$