

I. Introduction

Le domaine de définition est le champ d'étude d'une fonction « le terrain », sur lequel la courbe de la fonction étudiée doit être tracée... l'étude des limites et de la continuité est nécessaire pour avoir une idée sur la nature des « zones » qui se trouvent très loin à l'infini ...ou aux voisinages des points particuliers.

Mais ce n'est pas tout, si l'infini figure sur une limite, on comprend qu'il s'agit d'une branche infinie, et alors on doit savoir sa nature (branche parabolique, asymptote)... sur l'une des frontières, si on trouve une continuité des deux bouts de la courbe en un point, on doit savoir la nature de la tangente ou les demi-tangentes en ce point etc....

L'étude de signes de la première dérivée est le moyen avec lequel on étudie les variations d'une fonction, c'est pour cela on utilise le tableau de variations qui a la possibilité de tout résumer...

L'étude de signe de la deuxième dérivée est le moyen avec lequel on étudie la concavité, convexité, les points d'inflexion d'une courbe, là aussi, il vaut mieux utiliser le tableau ...

Enfin comment planifier tous ses éléments pour étudier et tracer la courbe d'une fonction ?

Alors je dis dès le départ que si on a à résoudre un problème d'analyse, le plan d'étude est en quelque sorte imposé par le problème lui-même...et on découvre alors qu'il n'y a pas un seul plan, mais en général, on peut proposer un plan « standard » qui ressemble au plan suivant :

II. Plan standard de l'étude d'une fonction :

1) Déterminer le domaine de définition de la fonction. f est-elle paire ? impaire ? périodique ?
En déduire si c'est possible une réduction du domaine de définition.

2) Calculer les limites aux bornes du domaine.

a. En déduire la nature des branches infinies

b. f est elle continue au point x_0 ?

3) Etudier la dérivabilité au point x_0 et interpréter géométriquement les résultats obtenus.

4) Variation :

a. Calculer $f'(x)$

b. Etudier les signes de $f'(x)$

c. En déduire le tableau de variations de f .

5) Vérifier si le point d'abscisse x_1 est un centre de symétrie pour la courbe.

6) Déterminer l'équation de la tangente (ou $\frac{1}{2}$ tangente) au point x_0, x_1 .

7) Concavité, convexité, points d'inflexion :

a. Calculer $f''(x)$

b. Etudier les signes de $f''(x)$

c. Etudier la concavité de la courbe et les points d'inflexion de celle-ci

8) Déterminer l'intersection de la courbe avec les axes de coordonnées

9) Déterminer l'intersection de la courbe avec une autre courbe (ex : une droite)

10) Etudier la position de la courbe avec les tangentes ou Asymptotes

11) Tracer les tangentes les asymptotes et la courbe dans un certain repère.