

Exercice .1

Maths-inter.ma

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par:
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2-x} ; x \in [0,1] \\ f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} ; x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[\end{cases}$$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

- 1) Montrer que f est continue aux points 0 et 1 .
- 2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche aux points 0 et 1 ., et donner une interprétation géométrique de chacun des résultats obtenus. (schématiser)
- 3) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$. (schématiser)
 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Montrer que la droite $(\Delta) : y = 2x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe représentative de f au voisinage de $-\infty$. (schématiser)
- 4) Calculer $f'(x)$, pour tout x de l'intervalle $]0,1[$, en déduire son sens de variations sur $]0,1[$.
- 5) Calculer $f'(x)$, pour tout x appartenant à $] -\infty, 0[\cup]1, +\infty [$, en déduire le sens de variations de f sur chacun des intervalles $] -\infty, 0[$ et $]1, +\infty [$.
- 6) Donner le tableau de variations de f sur \mathbf{R} .
- 7) Tracer la courbe (C_f) sur le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.
- 8) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[0,1]$.
 a) Montrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
 b) Donner le tableau de variations de g^{-1} .
 c) Tracer $(C_{g^{-1}})$ dans le meme repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$..
 d) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x l' intervalle J .
 e) Calculer $g(1/2)$, en déduire $(g^{-1})'(1/6)$

Exercice .1

Maths-inter.ma

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par: $f(x) = (\sqrt{1+x^2} - x)^2$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de $-\infty$. (schématiser)
 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis étudier la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$. (schématiser)
- 2) a) Montrer que $\forall x \in \mathbf{R} ; \sqrt{1+x^2} > x$, en déduire que $\forall x \in \mathbf{R} ; f(x) > 0$
 b) Montrer que $\forall x \in \mathbf{R} ; f'(x) = \frac{-2f(x)}{\sqrt{1+x^2}}$.
 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur \mathbf{R} .
- 3) a) Calculer $f(0)$ et $f'(0)$, puis donner l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0 .
 b) Dresser (T) et (C_f) dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unité 2 cm)
- 4) a) Montrer que f admet une bijection réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
 b) Donner le tableau de variations de f^{-1} .
 c) Tracer $(C_{f^{-1}})$ dans le meme repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$..
 d) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x l' intervalle J et calculer Calculer $(f^{-1})'(1)$