Exercice .1 Maths-inter.ma 1.

On considére la fonction f définie par: $f(x)=\dfrac{2x-4}{\sqrt{x^2-4x+5}}$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1) Montrer que $D_f=\mathbb{R}$.

2) a) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}$; $(4-x)^2-4(4-x)+5=x^2-4x+5$.
   b) en déduire que le point $I(2,0)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f).
   c) Calculer $f(2)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
   d) En déduire la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.
   e) Schématiser les résultants précédents.

3) a) Montrer que : $f'(x)=\dfrac{2}{(x^2-4x+5)\sqrt{x^2-4x+5}}$
   b) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
   c) Dresser le tableau de variations de f.

4) a) Donner l'équation de la tangente $(\Delta\ )$ au point 2.
   b) compléter la schématisation précédente en traçant la tangente $(\Delta\ )$.

5) a) Montrer que : $f''(x)=\dfrac{-6(x-2)}{\sqrt{(x^2-4x+5)^5}}$
   b) Etudier la concavité et le point d'inflexion de (C_f) sur $\mathbb{R}$.

6) Tracer en bleu la droite $(\Delta\ )$ et la courbe (C_f) dans le repère $(O\ ;\vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

7) Montrer que f admet une bijection réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
   a) Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout x de l' intervalle J.
   b) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(0)$.

8) Tracer en vert la courbe $(C_{f^{-1}})$ dans le même repère $(O\ ;\vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

9) Déterminer la fonction primitive F de f vérifiant $F(2)=2$.

Bonne Chance