

Exercice .1

Maths-inter.ma

1.

On considère la suite (U_n) , telle que:

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n^3 + 2}{U_n^2 + 1}$$

- 1) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_n < 2$
- 2) Etudier les variations de la suite (U_n) .

- 3) a) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < 2 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(2 - U_n)$.
- b) En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < 2 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$.
- c) Montrer que (U_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice .2

Maths-inter.ma

2.

On considère la suite (U_n) , telle que:

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n^3}{3U_n^2 + 1}$$

- 1) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_n$
- 2) Etudier les variations de la suite (U_n) .

- 3) a) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_{n+1} < \frac{1}{3}U_n$.
- b) En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
- c) Montrer que (U_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice .3

Maths-inter.ma

3.

On considère la suite (U_n) , telle que:
$$\begin{cases} U_0 = 1 ; U_1 = 4 \\ U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n \end{cases}$$

- 1) Calculer U_2 .
- 2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N} : V_n = U_{n+1} - U_n$

- a) Déterminer la nature de (V_n)
- b) Calculer V_n en fonction de n .
- 3) Calculer la somme $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- 4) En déduire U_n en fonction de n , puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice .4

Maths-inter.ma

4.

On considère la suite (U_n) , telle que:
$$\begin{cases} U_0 = 1 ; U_1 = 2 \\ U_{n+2} = \frac{5}{3}U_{n+1} - \frac{2}{3}U_n \end{cases}$$

- 1) Calculer U_2 .
- 2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N} : V_n = U_{n+1} - U_n$
 - a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison q .

- b) Calculer V_n en fonction de n .
- 3) Calculer la somme $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- 4) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = 4 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$
- 5) en En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$, puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

Exercice .5

Maths-inter.ma

5.

On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$, telle que:
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ 5U_{n+1} = 2U_n + 9n + 15 \end{cases}$$

On pose pour tout $n \in \mathbb{N} : V_n = U_n - 3n$

- 1) Calculer U_1, V_0, V_1 .
- 2) Calculer la somme $A_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

- 3) Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$.
- 4) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .
- 5) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 6) Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

Exercice .6

Maths-inter.ma

6.

On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$, telle que:
$$\begin{cases} U_0 = -1 ; U_1 = 1 \\ U_{n+2} = U_{n+1} - \frac{1}{4}U_n \end{cases}$$

- 1) Calculer U_2 .
- 2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N} : V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$ et $W_n = \frac{U_n}{V_n}$

- a) Démontrer $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique.
- b) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{3n-1}{2^n}$.
- 3) Montrer que $(\forall n \geq 2) ; \left(\frac{3}{2}\right)^n \geq n$.
- 4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{2^n}\right)$.

Exercice .7

Maths-inter.ma

7.

On considère la suite (U_n) , telle que:
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}U_n + \sqrt{2} \end{cases}$$

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^* : V_n = U_n - 2$

- 1) que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison q .

- 2) Calculer U_n en fonction de n .
- 3) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 4) Calculer la somme : $S_n = (U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n)$.

Bonne Chance