Exercice .1

Maths-inter.ma

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2n+1}{4n+6}U_n \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = (1+2n)U_n$

1) Calculer U_1, V_0, V_1.
2) Montrer par recurrence que $(\forall n \in IN)$; $0 \le U_n \le 1$.
3) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
4) Calculer V_n puis U_n en fonction de n.
5) En déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
6) Calculer la somme $S_n = U_0 + 3U_1 + 5U_2 + ...+(2n+1)U_n$

Exercice .2

Maths-inter.ma

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{(3n+3)U_n - 8n - 12}{n} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = \frac{4 - U_n}{n}$

1) Calculer U_2, V_1, V_2.
2) Montrer par recurrence que $(\forall n \in IN - \{0,1\})$; $U_n \le 0$.
3) Etudier la monotonie de la suite (U_n).
4) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
5) Calculer V_n puis U_n en fonction de n.
6) En déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice .3

Maths-inter.ma

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - \frac{1}{6}n^2 - n - \frac{1}{2} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = U_n + \frac{1}{2}n^2$

1) Calculer U_1, V_0.
2) Montrer que/ $(\forall n \in IN)$; $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
3) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$.
4) Calculer V_n puis U_n en fonction de n. En déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
5) Calculer $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n$.

Exercice .4

Maths-inter.ma

On considère la suite (U_n), telle que:

$U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{1}{5}(U_n - 4n - 1)$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = U_n + n - 1$

1) Calculer U_1, V_0, V_1.
2) Calculer la somme $A_n = 1+2+3+ ... +n$.
3) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$.
4) Calculer V_n puis U_n en fonction de n.
5) En déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
6) Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n$

Exercice .5

Maths-inter.ma

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_1 = 6 \\ U_{n+1} = U_n + 2 + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN^*$: $V_n = U_n - \frac{1}{n}$

1) que (V_n) est Arithmétique et déterminer sa raison r.
2) Calculer U_n en fonction de n.
3) Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
4) Calculer la somme :

$S_n = (U_1 + U_2 + U_3 + ...+ U_n) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ...+ \frac{1}{n}\right)$.

Exercice .6

Maths-inter.ma

On considère la suite $(U_n)_{n\in IN}$, telle que: $\begin{cases} U_0 = 0 \ ; \ U_1 = 1 \\ U_{n+2} = \frac{2}{3}U_{n+1} - \frac{1}{9}U_n \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{3}U_n$ et $W_n = 3^n \times U_n$

1) Calculer U_2 ; V_0 ; V_1 puis W_0 ; W_1.
2) a) Démontrer (V_n) est géométrique En déduire U_n en fonction de n.
   b) Montrer que $(\forall n \in IN)$; $W_{n+2} + W_n = 2W_{n+1}$.
   c) En déduire U_n en fonction de n.
3) a) Montrer que $\forall n \in IN^*$; $0 < U_{n+1} \le \frac{2}{3}U_n$.
   b) $\forall n \in IN^*$; $0 < U_n \le \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
4) Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

Bonne Chance