Exercice .1 — Maths-inter.ma — 1.

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ 2U_{n+1} = U_n + n^2 + 4n + 2 \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = .U_n - n^2$

1) Montrer que $(\forall n \in IN)$; $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ ...\ + n^2 = \frac{n(n+1(2n+1))}{6-}$.

2) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

3) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

4) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

5) Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ ...\ + U_n$

Exercice .2 — Maths-inter.ma — 2.

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{1}{3^{n+1}} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = 3^n U_n$

1) Calculer U_1 et V_0 et V_1 .

2) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique.

3) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

4) Vérifier que (U_n) est positive.

5) Montrer par recurrence que $(\forall n \geq 3)$; $2^n \geq 1 + 2n$

6) Endéduire que $(\forall n \geq 3)$; $0 < u_n < \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

7) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice .3 — Maths-inter.ma — 3.

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{2\sqrt{2}}n + \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = \sqrt{2}.U_n - n$

1) Calculer U_1 et V_0 et V_1 .

2) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

3) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

4) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

5) On pose : $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} U_k$

Calculer S_n en function de n, *puis* $\lim S_n$.

Exercice .4 — Maths-inter.ma — 4.

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2n+1}{4n+6}U_n \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = (1+2n)U_n$

1) Calculer U_1, V_0, V_1 .

2) Montrer par recurrence que $(\forall n \in IN)$; $0 \leq U_n \leq 1$.

3) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

4) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

5) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

6) Calculer la somme $S_n = U_0 + 3U_1 + 5U_2 + ...+ (2n+1)U_n$

Exercice .5 — Maths-inter.ma — 5.

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{(3n+3)U_n - 8n - 12}{n} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = \frac{4 - U_n}{n}$

1) Calculer U_2, V_1, V_2 .

2) Montrer par recurrence que $(\forall n \in IN - \{0,1\})$; $U_n \leq 0$.

3) Etudier la monotonie de la suite (U_n).

4) Montrer que (V_n) est une suite géométrique.

5) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

6) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice .6 — Maths-inter.ma — 6.

On considère la suite (U_n), telle que: $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - \frac{1}{6}n^2 - n - \frac{1}{2} \end{cases}$

On pose pour tout $n \in IN$: $V_n = U_n + \frac{1}{2}n^2$

1) Calculer U_1, V_0 .

2) Montrer que/ $(\forall n \in IN)$; $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ ...\ + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$.

4) Calculer V_n puis U_n en fonction de n . En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

5) Calculer $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ ...\ + U_n$.

Bonne Chance