Exercice .1 Maths-inter 1.

Soient dans l'espace muni du r-o-n-d $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les points $A(0;-1;2)$, $B(-2;0;0)$, $C(-1;0;2)$.

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$, en déduire S_{ABC} l'aire du triangle ABC.

b) Montrer que les points A , B et C définissent Un plan (P) dont on déterminera l'équation.

2) Soit (S) la sphère de centre $\Omega(3;-1;2)$ dont l'intersection avec le plan (P) est un cercle (C) de rayon $r=\sqrt{5}$.

a) Calculer la distance d entre Ω et (P).

b) En déduire le rayon R de la sphère (S).

c) Déterminer l'équation cartésienne de (S).

3) Soit (Δ) la droite passant par Ω et orthogonale à (P).

a) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ).

b) Déterminer les coordonnées du point H centre du cercle (C).

4) a) Déterminer le volume V_1 de la pyramide ΩABC.

b) Déterminer le volume V_2 du cône de sommet Ω et de base le cercle (C).

5) Déterminer les équations des plans (Q_1) et (Q_2) parallèles au plan (P) et tangents à la sphère (S).

Exercice .2 Maths-inter 2.

Soient dans l'espace muni du r-o-n-d $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les points $A(-1,0,3)$, $B(1,-2,1)$ et $\Omega(0,-1,2)$

1) Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que : $AM^2+BM^2=24$.

a) Montrer que :

$$AM^2+BM^2=2(x^2+y^2+z^2+2y-4z+8)$$

b) En déduire que (Γ) est la sphère de centre Ω et de rayon $R=3$.

2) (Q_1) et (Q_2) sont deux plans différents et parallèles de vecteur normal $\vec{n}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ et qui coupent la sphère suivant deux cercles (C_1) et (C_2) de rayon $r=1$ et de centres respectifs H_1 et H_2 .

a) Calculer la distance d du point Ω à chacun des plan (Q_1) et (Q_2).

b) Déterminer les équations cartésiennes de (Q_1) et (Q_2).

3) Soit (L) le cylindre de bases (C_1) et (C_2) .

a) Calculer S_b la surface de la base du cylindre (L).

b) En déduire le volume V_L du cylindre (L).

4) Calculer le volume V_C du cône de sommet Ω et de base (C_1).

Exercice .3 Maths-inter 3.

Soient dans l'espace muni du r-o-n-d $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les points $A(2,1,1)$, $B(2,-1,1)$, $C(4,3,-3)$, $\Omega(2,0,1)$ et le vecteur $\vec{n}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$. (P) est le plan passant par C et de vecteur normal $\vec{n}$.

1) a) Montrer que l'équation cartésienne du plan (P) est $x-2y+2z+8=0$.

b) Montrer que la distance entre Ω et (P) est $d=4$.

2) a) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale à (P).

b) Montrer que le point d'intersection de (P) et de (Δ) est le point $H\left(\frac{2}{3},\frac{8}{3},-\frac{5}{3}\right)$.

3) Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=24$.

a) Montrer que :

$$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=(x-2)^2+(y-0)^2+(z-1)^2-1$$

b) En déduire que (Γ) est la sphère de centre $\Omega(2,0,1)$ et de rayon $R=5$.

4) a) Montrer que le plan (P) coupe la sphère (Γ) suivant un cercle (C) dont on déterminera le rayon.

b) Déterminer du centre H du cercle (C).

Bonne chance