Exercice 1

Site : maths-inter.ma -Bac 2018 – Ss2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(2,1,2)$ et de rayon 3 et (P) le plan passant par le point $A(-1,0,3)$ et dont un vecteur normal est $\vec{u}(4,0,-3)$.

1) Montrer que l'équation cartésienne de la sphère (S) est : $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$

2) Vérifier que $4x-3z+13=0$ est une équation cartésienne du plan (P).

3) a) Vérifier que $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1 \\ z=2-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$, est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale à (P).

b) Déterminer les coordonnées du point H intersection de la droite (Δ) et le plan (P).

c) Calculer $d(\Omega,(P))$

d) montrer que (P) est tangent à la sphère (S) en un point à déterminer.

Exercice 2

Site : maths-inter.ma -Bac 2018 – Ss1 (rectifié 3-a)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,-2,-2)$, $B(1,-2,-4)$, $C(-3,-1,2)$

1) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ et en déduire que $2x+2y+z+6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

2) Soit la sphère (S) dont une équation est :

$$x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$$

Vérifier que la sphère (S) a pour centre $\Omega(1,0,1)$ et pour rayon $R=5$.

3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC).

4) Montrer que $d(\Omega,(ABC))=3$, puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre.

Exercice 3

Site : maths-inter.ma -Bac 2017 – Ss2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit (S) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ et (P) le plan d'équation $y-z=0$.

1) a) montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1;1;1)$ et que son centre est 2.

b) Calculer la distance $d(\Omega,(P))$, en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C).

c) déterminer le centre et le rayon du cercle (C).

2) Soit (Δ) la droite passant par le point $A(1;-2;2)$ et orthogonale à (P).

a) montrer que $\vec{u}(0,1,-1)$ est un vecteur directeur de (Δ).

b) Montrer que $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$, en déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.

c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (Δ) et (S)

Exercice 4

Site : maths-inter.ma -Bac 2017 – Ss1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit (P) le plan passant par le point $A(0,1,1)$ et dont un vecteur normal est $\vec{u}(1,0,-1)$ et soit (S) la sphère de centre $\Omega(0,1,-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

1) a) montrer que $x-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (P).

b) Montrer que le plan (P) est tangent à (S) au point $B(-1,1,0)$.

2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale à (P).

b) montrer que (Δ) est tangent à la sphère (S) au point $C(1,1,0)$.

3) Montrer que $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$.
En déduire l'aire du triangle OCB.

Bonne Chance