I. Dénombrement

a) Nombres spéciaux :

$\forall n \in IN^* \; ; \; n! = 1\times 2\times 3\times \; .... \times (n-1)\times n$ $0! = 1$			
$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$		$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	
$C_n^n = 1$	$C_n^0 = 1$	$A_n^1 = n$	$A_n^0 = 1$
$C_n^{n-1} = n$	$C_n^1 = n$	$C_n^1 = n$	$A_n^n = n!$
$C_n^{n-p} = C_n^p$		$C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$	

1) Dénombrement:

le dénombrement c'est la détermination du nombres de possibilité d'une expérience

a) Cas simples:

- **Le nombre de résultats possibles du lancement d'une pièce de monnaie est $N = 2$.**
- **Le nombre de résultats possibles du lancement d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 est $N = 6$.**
- **Le nombre de résultats possibles du tirage d'une carte d'un sac contenant dix cartes est $N = 10$.**
- **En général, le nombre de résultats du choix d'un objet parmi p objets est $N = p$.**

b) Cas composés : le principe fondamental du dénombrement :

Si une procédure peut être découpée en deux étapes, et qu'il y a m façons possibles de réaliser la première étape, et qu'il y a n façons possibles de réaliser la seconde étape, alors la procédure peut être accomplie de nm façons.

Exemple :

Considérons l'expérience suivante dont la réalisation est découpée en trois étapes :

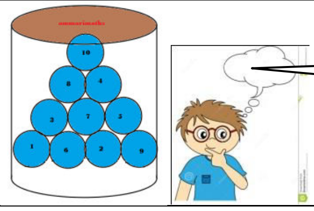
- **On lance en l'air un dé à six faces (de 1 à 6)**
- **Puis on lance une pièce de monnaie (P ou F)**
- **On tire une boule d'un sac contenant 10 boules.**

Le nombre de possibilités est : $N = 6\times 2\times 10 = 120$

a) Types de Tirages :

Introduction au dénombrement par l'étude des différentes méthodes de tirage

Une urne contient n boules
$n = 10$
On tire p boules de l'urne
$p = 3$



Mais de quelle façon ?

Types de tirage

- Tirage simultané
  - Tirage simultané
- Tirage successif
  - sans remise
  - avec remise

Question : On tire simultanément $p=3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?	*Question :* On tire succéssivement et sans remise $p=3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?	*Question :* On tire succéssivement et avec remise $p=3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?

Pour répondre ; On utilise le principe fondamental du dénombrement

Tirage simultané :

$$3!\times N_3 = N_2 = \frac{10!}{(10-3)!}$$

$$N_3 = N_2 = \frac{10!}{3!\times(10-3)!} = C_{10}^3$$

En general

$$N_3 = \frac{n!}{p!(n-p)!} = C_n^p$$

Tirage successif sans remise :

$$N_2 = \underset{T_1}{[10]} \times \underset{T_2}{[9]} \times \underset{T_3}{[8]}$$

$$N_2 = 10\times 9\times 8 = \frac{10!}{7!} = \frac{10!}{(10-3)!} = A_{10}^3$$

En general

$$N_2 = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$$

Tirage successif avec remise :

$$N_1 = \underset{T_1}{[10]} \times \underset{T_2}{[10]} \times \underset{T_3}{[10]}$$

$$N_1 = 10^3$$

En general

$$N_1 = n^p$$

Chaque triage successif sans remise s'appelle un arrangement de n objets pris p à p	Chaque triage successif sans remise s'appelle un arrangement de n objets pris p à p
Permutations avec répitition : Quel est le nombre de mots qu'on peut écrire, en utilisant les mêmes lettres contenues dans le mot suivant: AMMARIABOUSAMAH $N = \frac{15!}{5!\times 3!}$	Permutations sans répitition Quel est le nombre de mots qu'on peut écrire, en utilisant les mêmes lettres contenues dans le mot suivant: AMMARIABOUSAMAH $N = \frac{15!}{5!\times 3!}$

Bonne Chance