

Méthodes de comparaison de deux nombres

Méthodes générales

Règle: 1

$$(b \geq a) \Leftrightarrow (b - a \geq 0) \Leftrightarrow (a \leq b)$$

Exemple :1 Comparons $3\sqrt{5} - 18$ et $2\sqrt{5} - 19$

Preuve On a :

$$(2\sqrt{5} - 19) - (3\sqrt{5} - 18) = 2\sqrt{5} - 19 - 3\sqrt{5} + 18 \\ = -1 - \sqrt{5} < 0$$

$$\text{D'où : } (2\sqrt{5} - 19) < (3\sqrt{5} - 18)$$

Exemple :2 Comparons a et b tels que :

$$a = b - 2\sqrt{3}$$

Preuve : On a : $a - b = -2\sqrt{3} < 0$

$$\text{D'où : } (2\sqrt{5} - 19) < (3\sqrt{5} - 18)$$

Règle: 2

$$(a \leq b \text{ et } b \leq c) \Rightarrow (a \leq c)$$

Exemple :1 Comparons $-\sqrt{3} - 2$ et $\frac{52}{19} + \sqrt{5}$

Preuve : On a : $0 < \frac{52}{19} + \sqrt{5}$ et $-\sqrt{3} - 2 < 0$

$$\text{D'où : } -\sqrt{3} - 2 < 0 < \frac{52}{19} + \sqrt{5}$$

Exemple :2 Comparons : $\frac{256}{215}$ et $\frac{3265}{5269}$

Preuve : On a : $\frac{3265}{5269} < 1 < \frac{256}{215}$

Comparaison des fractions

Règle :1 Comparaison de deux fractions ayant le même dénominateur ou le même numérateur:

$$\begin{cases} 0 < a \leq b \\ 0 < c \end{cases} \Rightarrow \left(0 < \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \right)$$

$$\begin{cases} 0 < a \leq b \\ 0 < c \end{cases} \Rightarrow \left(0 < \frac{c}{b} < \frac{c}{a} \right)$$

Règle :2 Pour comparer deux fractions, on les rend au même dénominateur puis on applique les règles précédentes.

Règle3: $(0 < a < b) \Rightarrow 0 < \frac{a}{b} < 1 < \frac{b}{a}$

Exemple : Comparons : $\frac{256}{215}$ et $\frac{3265}{5269}$ avec 1

Preuve : On a : $215 < 256$ d'où : $1 < \frac{256}{215}$

On a : $2265 < 5269$ d'où : $\frac{3265}{5269} < 1$

Comparaison des Racines

Règle :1 Dans les cas simple, on compare les carrés suivant les deux règles suivantes :

$$(0 \leq x \leq y) \Leftrightarrow (0 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{y})$$

ou

$$(0 \leq x^2 \leq y^2) \Leftrightarrow (0 \leq x \leq y)$$

Exemple :

Pour comparer les nombres

$5\sqrt{3}$; $7\sqrt{2}$; 9 on calcule leur carrés :

On a $75 < 81 < 98$. On en déduit que :

$$5\sqrt{3} \leq 9 \leq 7\sqrt{2}$$

Comparaison des nombres \sqrt{x} , x , x^2 , x^3
Dans le cas où $x > 0$

$$(0 < x \leq 1) \Rightarrow (x^3 < x^2 < x < \sqrt{x})$$

$$(1 \leq x) \Rightarrow (\sqrt{x} < x < x^2 < x^3)$$

Bonne Chance