

## 1) Equation catésienne / Représentation paramétrique:

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Soient dans le plan (P) le point  $A \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$  et le vecteur non nul  $\vec{u} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  c'est-à-dire  $p \neq 0$  ou  $q \neq 0$ .

Et soit  $(\Delta)$  la droite passant par A et ayant  $\vec{u}$  comme vecteur directeur.

### a) Equation cartésienne d'une droite:

soit  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un point du plan (P) on a :  $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}$  et  $\vec{u} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$

$M \in (\Delta)$  signifie que les vecteurs  $\overrightarrow{AM}$  et  $\vec{u}$  colinéaires.

$$\text{Signifie que } \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0 \quad \text{ce qui équivaut à } \begin{vmatrix} x - x_0 & p \\ y - y_0 & q \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Signifie que } q(x - x_0) - p(y - y_0) = 0 \quad \text{Signifie que } qx - qx_0 - py + py_0 = 0$$

On en déduit l'équation cartésienne de  $(\Delta)$  comme suit :  $(\Delta) : qx - py + py_0 - qx_0 = 0$

Remarquons que l'équation cartésienne de  $(\Delta)$  est de la forme :  $(\Delta) : ax + by + c = 0$  avec  $a \neq 0$  et  $b \neq 0$

Réciproquement, on démontre aisément que  $ax + by + c = 0$  avec  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$  est bien l'équation cartésienne de la droite ayant pour vecteur directeur  $\vec{u}(-b, a)$ .

### b) Représentation paramétrique d'une droite:

soit  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un point du plan (P) on a :  $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}$  et  $\vec{u} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$

$M \in (\Delta)$  signifie que les vecteurs  $\overrightarrow{AM}$  et  $\vec{u}$  colinéaires.

signifie  $\overrightarrow{AM} = k \cdot \vec{u}$  avec  $k \in \mathbb{R}$

$$\text{signifie } \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \text{ signifie } \begin{cases} x - x_0 = k \cdot p \\ y - y_0 = k \cdot q \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x = k \cdot p + x_0 \\ y = k \cdot q + y_0 \end{cases}$$

on en déduit que la représentation paramétrique de  $(\Delta)$  s'écrit comme suit :  $(\Delta) : \begin{cases} x = k \cdot p + x_0 \\ y = k \cdot q + y_0 \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$

Réciproquement, on démontre aisément que  $\begin{cases} x = k \cdot p + x_0 \\ y = k \cdot q + y_0 \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$  est bien la représentation

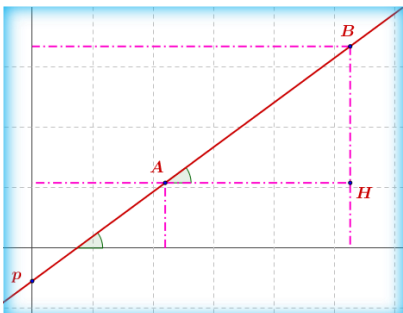
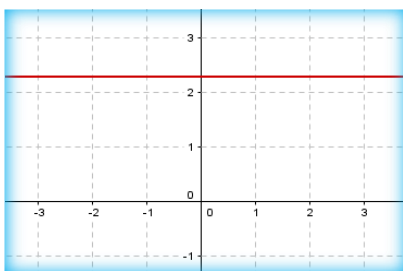
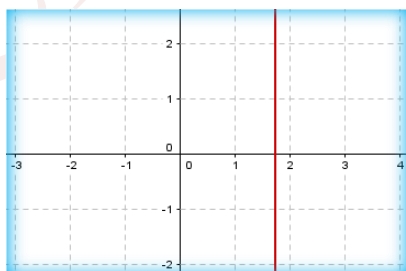
paramétrique de la droite ayant pour vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ .

## 2) Equation réduite / coefficient directeur:

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Soient dans le plan (P) le point  $A \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$  et le vecteur non nul  $\vec{u} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  c'est-à-dire  $p \neq 0$  ou  $q \neq 0$ .

Et soit  $(\Delta)$  la droite passant par A et ayant  $\vec{u}$  comme vecteur directeur .

L'équation de la droite $(\Delta)$ est de la forme : $(\Delta) : ax + by + c = 0$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$		
<b>cas : <math>b \neq 0</math> et <math>a \neq 0</math></b>	<b>cas : <math>b \neq 0</math> et <math>a = 0</math></b>	<b>cas : <math>b = 0</math></b>
L'équation devient: $(\Delta) : y = mx + p$ m est le coefficient directeur de $(\Delta)$ p est l'ordonnée à l'origine de $(\Delta)$ <b>Remarque :</b> $m = \tan \alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $\alpha$ est l'angle que fait $(\Delta)$ avec $(Ox)$ <b>La droite <math>(\Delta)</math> est oblique</b>	L'équation devient: $(\Delta) : y = 0 \times x + p = p$ m est le coefficient directeur de $(\Delta)$ p est l'ordonnée à l'origine de $(\Delta)$ <b>Remarque :</b> $m = \tan 0 = 0$ <b>La droite <math>(\Delta)</math> est parallèle à l'axe des abscisses</b>	L'équation devient: $(\Delta) : x = k$ <b>Remarque:</b> Le coefficient directeur de $(\Delta)$ est rejeté à l'infini <b>La droite <math>(\Delta)</math> est parallèle à l'axe des ordonnées</b>
		

### 3) Propriétés des coefficients directeurs:

Soient les deux droites :  $(\Delta_1) : y = m_1x + p_1$  et  $(\Delta_2) : y = m_2x + p_2$  on a :

$(\Delta_1) // (\Delta_2)$  signifie  $m_1 = m_2$

et  $(\Delta_1) \perp (\Delta_2)$  signifie  $m_1 \times m_2 = -1$

Bonne Chance