I. Comment démontrer qu'un entier est multiple d'un autre entier ?

Pour démontrer qu'un entier $\mathbf{a}$ est multiple d'un entier $\mathbf{b}$, il suffit de déterminer un entier $\mathbf{q}$ tel que : $\mathbf{a = b \times q}$

II. Critères de divisibilité par 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 9

- Si le chiffre des unités est pair, alors le nombre est divisible par 2.
- Si la somme des chiffres des unités est divisible par 3, alors le nombre est divisible par 3.
- Si le nombre formé par le chiffre des unités et des dizaines est divisible par 4, alors le nombre est divisible par 4.
- Si le chiffre des unités est 0 ou 5, alors le nombre est divisible par 5.
- Si la somme des chiffres des unités est divisible par 9, alors le nombre est divisible par 9.

III. Comment savoir si un nombre est premier ?

Pour savoir si un nombre $\mathbf{a}$ est premier ou non , on doit suivre les étapes suivantes :

- On détermine tous les nombres premiers p vérifiant $\mathbf{p^2 \le a}$
- Si $\mathbf{a}$ est divisible par l'un de ces nombres premiers, alors il n'est pas premier
  Si $\mathbf{a}$ est n'est pas divisible par ces nombres premiers, alors il est premier

IV. Calcul du PGDC et du PPMC en utilisant les décompositions:

Cherchons le pgdc et le ppmc des nombres $\mathbf{1764}$ et $\mathbf{120}$, par décompostion en facteurs premiers

On a : $\mathbf{120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1}$ **et** $\mathbf{1764 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2}$

Les nombres premiers commun dans les deux décompositions sont : **3 et 2**

Le pgdc des nombres $\mathbf{1764}$ et $\mathbf{120}$ est le produit des facteurs premiers communs élevée à la puissance la plus petite.

D'où : $\mathbf{120 \wedge 1764 = 2^2 \times 3^1 = 12}$

Le ppmc des nombres $\mathbf{1764}$ et $\mathbf{120}$ est le produit de tous les facteurs premiers contenus dans les deux décompositions élevée à la puissance la plus grande.

D'où : $\mathbf{120 \vee 1764 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2 = 17640}$

En général

- Le pgdc de deux nombres entiers est le produit des facteurs premiers communs contenus dans les décompositions de ces deux nombres, élevés à la puissance la plus petite.
- Le ppmc de deux nombres entiers est le produit de tous les facteurs premiers contenus dans les décompositions de ces deux nombres, élevés à la puissance la plus grande.

V. Algorithme d'Euclide pour déterminer le pgcd

Pour déterminer le pgcd de deux nombres $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$ tels que $\mathbf{a > b}$. On suit les étapes suivantes :

- On divise le nombre $\mathbf{a}$ par le nombre $\mathbf{b}$, on trouve : $\mathbf{a = b \times q_1 + r_1}$ و $\mathbf{0 \le r_1 < b}$.
- On divise le nombre $\mathbf{b}$ par le nombre $\mathbf{r_1}$, on trouve : $\mathbf{b = r_1 \times q_2 + r_2}$ و $\mathbf{0 \le r_2 < b}$.
- On divise le nombre $\mathbf{r_1}$ par le nombre $\mathbf{r_2}$, on trouve : $\mathbf{r_1 = r_2 \times q_3 + r_3}$ و $\mathbf{0 \le r_3 < b}$.
- ....
- Et ansi de suite jusqu'à trouver un reste nul,
  alors le pgcd des deux nombres $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$ est ce dernier reste non nul.

Application : Retrouver le pgcd des deux nombres 1764 et 120

Bonne Chance