

Principe de Raisonnement par Récurrence

Pour démontrer que la proposition $(\forall n \in \mathbb{N}) ; P(n)$ est vraie, on utilise généralement un raisonnement par Récurrence, qui est basé sur trois étapes :

Première étape : on vérifie que la proposition $P(n)$ est vraie pour le première valeur de n .

Deuxième étape : on suppose que $P(n)$ est vraie et on démontre que $P(n + 1)$ est vraie.

Troisième étape : on donne la conclusion : d'après le principe de récurrence ; on a $(\forall n \in \mathbb{N}) ; P(n)$

Comment répondre à ces questions ?	Suite minorée	Suite majorée
Montrer que (U_n) est minorée par m .	Une suite (U_n) est minorée par m ssi : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; m \leq U_n$	Une suite (U_n) est majorée par M ssi : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \leq M$
Montrer que (U_n) est majorée par M .	Pratiquement : On utilise la différence ou par récurrence (cas de suite récurrente)	Pratiquement : On utilise la différence ou par récurrence (cas de suite récurrente)
Comment répondre à ces questions ?	Suite croissante	Suite décroissante
Montrer que (U_n) est croissante.	Une suite (U_n) est croissante ssi : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \leq U_{n+1}$	Une suite (U_n) est décroissante ssi : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} \leq U_n$
Montrer que (U_n) est décroissante.	Pratiquement : On montre que la différence $U_{n+1} - U_n$ est positive.	Pratiquement : On montre que la différence $U_{n+1} - U_n$ est négative.
Comment répondre à ces questions ?	Suite Arithmétique	Suite Géométrique
Montrer que (v_n) est Arithmétique.	Une suite (v_n) est Arithmétique ssi ; il existe un réel r tel que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_{n+1} = v_n + r$	Une suite (v_n) est Géométrique ssi ; il existe un réel q tel que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_{n+1} = qv_n$
Montrer que (v_n) est Géométrique.	Pratiquement : On calcul la différence $v_{n+1} - v_n$	Pratiquement : On montre que $v_{n+1} = \dots = qv_n$
Calculer v_n en fonction de v_n et n .	$v_n = v_p + (n - p)r$	$v_n = v_p q^{n-p}$
Calcul de S_n	$S_n = v_p + v_{p+1} + \dots + v_n$ $S_n = \frac{n-p+1}{2} (v_p + v_n)$	$S_n = v_p + v_{p+1} + \dots + v_n$ $S_n = v_p \left(\frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \right)$

Limite d'une Suite

limite de a^n	Propriétés des limites d'une suite
<p>Propriété :1</p> <ul style="list-style-type: none"> Toute suite croissante et majorée est convergente. Toute suite décroissante et minorée est convergente <p>Propriété :2 (U_n) et (V_n) suites telles que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \leq V_n$</p> <ul style="list-style-type: none"> Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$ Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -\infty$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$ <p>Propriété :3 (a_n) et (b_n) et (U_n) suites telles que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; a_n \leq U_n \leq b_n$</p> <ul style="list-style-type: none"> Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = L$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = L$ 	<ul style="list-style-type: none"> Si $-1 < a < 1$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = 0$ Si $1 < a$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = +\infty$ Si $a \leq -1$ Alors la suite a^n est Alternée et n'a pas de limite Si $a = 1$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = 1$