Principe de Raisonnement par Récurrence

Pour démontrer que la proposition $(\forall n \in IN)\ ;\ P(\mathbf{n})$ est vraie, on utilise généralement un raisonnement par Récurrence, qui est basé sur trois étapes :

Première étape : on vérifie que la proposition $P(\mathbf{n})$ est vraie pour le première valeur de n .

Deuxième étape : on suppose que $P(\mathbf{n})$ est vraie et on démontre que $P(\mathbf{n+1})$ est vraie.

Troixième étape : on donne la conclusion : d'après le principe de récurrence ; on a $(\forall n \in IN)\ ;\ P(\mathbf{n})$

Comment répondre à ces questions ?	Suite minorée	Suite majorée
Montrer que (U_n) est minorée par m . Montrer que (U_n) est majorée par M .	Une suite (U_n) est minorée par $\mathbf{m}$ ssi : $(\forall n \in IN)\ ;\ m \le U_n$ Pratiquement : On utilise la différence ou par récurrence (cas de suite récurrente)	Une suite (U_n) est majorée par $\mathbf{M}$ ssi : $(\forall n \in IN)\ ;\ U_n \le M$ Pratiquement : On utilise la différence ou par récurrence (cas de suite récurrente)
Comment répondre à ces questions ?	**Suite croissante**	**Suite décroissante**
Montrer que (U_n) est croissante . Montrer que (U_n) est décroissante .	Une suite (U_n) est croissante ssi : $(\forall n \in IN)\ ;\ U_n \le U_{n+1}$ Pratiquement : On montre que la différence $U_{n+1} - U_n$ est positive.	Une suite (U_n) est décroissnate ssi : $(\forall n \in IN)\ ;\ U_{n+1} \le U_n$ Pratiquement : On montre que la différence $U_{n+1} - U_n$ est négative.

Comment répondre à ces questions ?	Suite Arithmétique	Suite Géométrique
Montrer que (V_n) est Aritmétique . Montrer que (V_n) est Géométrique .	Une suite (V_n) est Arithmétique ssi ; il existe un réel r tel que : $(\forall n \in IN)\ ;\ V_{n+1} = V_n + r$ Pratiquement : On calcul la différence $V_{n+1} - V_n$	Une suite (V_n) est Géométrique ssi ; il existe un réel q tel que : $(\forall n \in IN)\ ;\ V_{n+1} = qV_n$ Pratiquement : On montre que $V_{n+1} = \dots = qV_n$
Calculer V_n en fonction de V_n et n .	$V_n = V_p + (n-p)r$	$V_n = V_p q^{n-p}$
Calcul de S_n	$S_n = V_p + V_{p+1} + \cdots + V_n$ $S_n = \frac{n-p+1}{2}(V_p + V_n)$	$S_n = V_p + V_{p+1} + \cdots + V_n$ $S_n = V_p\left(\frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}\right)$

Limite d'une Suite

limite de a^n	Propriétés des limites d'une suite
Propriété :1 • **Toute suite croissante et majorée est convergente.** • **Toute suite décroissante et minorée est convergente** Propriété :2 (U_n) et (V_n) suites telles que : $(\forall n \in IN)\ ;\ U_n \le V_n$ • Si $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = +\infty$ • Si $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -\infty$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$ Propriété :3 (a_n) et (b_n) et (U_n) suites telles que : $(\forall n \in IN)\ ;\ a_n \le U_n \le b_n$ • Si $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} b_n = L$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = L$	• Si $-1 < a < 1$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} a^n = 0$ • Si $1 < a$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} a^n = +\infty$ • Si $a \le -1$ Alors la suite a^n est Alternée et n'a pas de limite • Si $a = 1$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} a^n = 1$