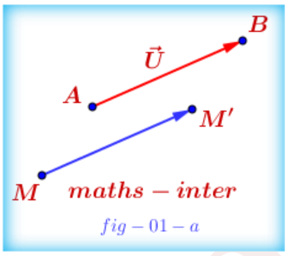
I. Translation:

1) Définition :



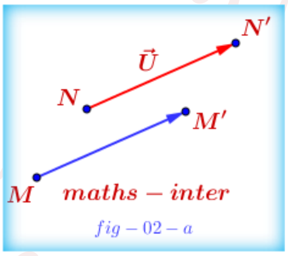
$\vec{U}$ est un vecteur du plan.

La translation de vecteur $\vec{U}$ est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = \vec{U}$

La translation de vecteur $\vec{U}$ est notée : $t_{\vec{U}}$

D'où : $t_{\vec{U}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{U}$

2) Propriété caractéristique :



Si on a $t_{\vec{U}}(M) = M'$ et $t_{\vec{U}}(N) = N'$ alors $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{U}$

D'où : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$, ce qui fait le quadrilatère $MNN'M'$ est un parallélogramme , on en déduit :

$$t_{\vec{U}}(M) = M' \text{ et } t_{\vec{U}}(N) = N' \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$$

3) Propriéts de la translation :

a) Propriétés de conservation :

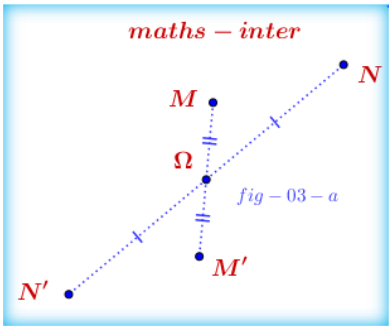
- **La translation conserve l'alignement des points et le coefficient d'alignement.**
- **La translation conserve le milieu .**
- **La translation conserve la distance.**
- **La translation conserve la mesure des angles.**
- **La translation conserve le parallèlisme et l'orthogonalité.**

b) Image d'une figure par une translation :

- **L'image d'une droite par une translation est une droite qui lui est parallèle.**
- **L'image d'une demi-droite par une translation est une demi-droite qui lui est parallèle.**
- **L'image d'un segment par une translation est un segment de même longueur.**
- **L'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon.**

II. Symétrie centrale:

1) Définition :



Ω est un point du plan.

La symétrie centrale de centre Ω est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que : $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$

La symétrie centrale de centre Ω est notée : S_{Ω}

D'où : $S_{\Omega}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$

2) Propriété caractéristique :

Si on a $S_{\Omega}(M) = M'$ et $S_{\Omega}(N) = N'$ alors $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$ et $\overrightarrow{\Omega N'} = -\overrightarrow{\Omega N}$

D'où : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{\Omega N'} - \overrightarrow{\Omega M'} = \overrightarrow{\Omega M} - \overrightarrow{\Omega N} = \overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN}$, la réciproque est vraie , on en déduit :

$$S_{\Omega}(M) = M' \text{ et } S_{\Omega}(M) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$$

3) Propriéts de la translation :

c) Propriétés de conservation :

- La symétrie centrale conserve l'alignement des points et le coefficient d'alignement.
- La symétrie centrale conserve le milieu .
- La symétrie centrale conserve la distance.
- La symétrie centrale conserve la mesure des angles.
- La symétrie centrale conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

d) Image d'une figure par une symétrie centrale :

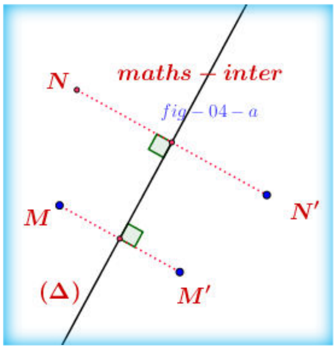
- L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite qui lui est parallèle.
- L'image d'une demi-droite par une symétrie centrale est une demi-droite qui lui est parallèle.
- L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment de même longueur.
- L'image d'un cercle par une symétrie centrale est un cercle de même rayon.

III. Symétrie Axiale:

1) Définition :

(Δ) est une droite du plan.
La symétrie axiale d'axe (Δ) est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que : (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$
La symétrie axiale d'axe (Δ) est notée : $S_{(\Delta)}$

D'où : $S_{\Delta}(M) = M' \Leftrightarrow (\Delta)$ médiatrice de $[MM']$



2) Propriéts de la translation :

a) Propriétés de conservation :

- La symétrie axiale conserve l'alignement des points et le coefficient d'alignement.
- La symétrie axiale conserve le milieu .
- La symétrie axiale conserve la distance.
- La symétrie axiale conserve la mesure des angles.
- La symétrie axiale conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

b) Image d'une figure par une symétrie axiale :

- L'image d'une droite par une symétrie axiale est une droite qui ne lui est parallèle. Que si la droite est parallèle à l'axe de la symétrie.
- L'image d'une demi-droite par une symétrie axiale est une demi-droite.
- L'image d'un segment par une symétrie axiale est un segment de même longueur.
- L'image d'un cercle par une symétrie axiale est un cercle de même rayon.

IV. Homothétie:

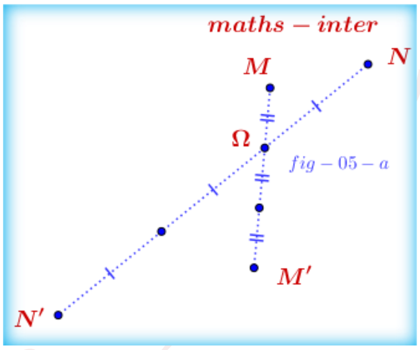
4) Définition :

Ω est un point du plan et k un nombre réel.

L'homothétie de centre Ω et de rapport k est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que : $\overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$

L'homothétie de centre Ω et de rapport k est notée : h

D'où : $h(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$



5) Propriété caractéristique :

Si on a $h(M) = M'$ et $h(N) = N'$ alors $\overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$ et $\overrightarrow{\Omega N'} = k\,\overrightarrow{\Omega N}$

D'où : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{\Omega N'} - \overrightarrow{\Omega M'} = k\left(\overrightarrow{\Omega N} - \overrightarrow{\Omega M}\right) = k\,\overrightarrow{MN}$, la réciproque est vraie , on en déduit :

$$h(M) = M' \text{ et } h(M) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{M'N'} = k\,\overrightarrow{MN}$$

6) Propriéts de l'homothétie :

c) Propriétés de conservation :

- L'homothétie conserve l'alignement des points et le coefficient d'alignement.
- L'homothétie conserve le milieu .
- L'homothétie ne conserve pas la distance.
- L'homothétie conserve la mesure des angles.
- L'homothétie conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

d) Image d'une figure par une homothétie :

- L'image d'une droite par une homothétie est une droite qui lui est parallèle.
- L'image d'une demi-droite par homothétie est une demi-droite qui lui est parallèle.
- L'image d'un segment de longueur L par homothétie de rapport k est un segment de longueur $|kL|$.
- L'image d'un cercle de rayon r par une homothétie de rapport k est un cercle de rayon $|kr|$.

Bonne Chance